Mikroökonomische Grundlagen der Agrarpolitik

Arne Henningsen

Institut für Agrarökonomie
WSP 7, 1. OG, R. 105
Tel: 0431/880-4445, Fax: 0431/880-1397
eMail: ahenningsen@agric-econ.uni-kiel.de
WWW: http://www.uni-kiel.de/agrarpol/

26. November 2007

Inhaltsverzeichnis

Gliederung der Vorlesung

1. Grundlagen (Begriffe, ...)
2. Theorie der Haushalte (Nachfrage)
3. Theorie der Unternehmen (Produktion)
4. Märkte (Handel)

Ziele

Ziele des Moduls

- Erlernen der mikroökonomischen Theorie
- Anwendung der Theorie auf praktische Beispiele
- Kenntnisse für Seminar-, Bachelor- und Masterarbeiten
- Kenntnisse für Beruf

Verwendung des Erlernten

Anwendungsbereiche

- Marktanalyse
- Marktforschung
- Marketing
- Sektoranalyse
- Politikanalyse

z.B. in

- Unis, Forschungsinstituten
- Firmen, Banken
- EU, Bund, Land
- Weltbank, NGOs

Organisatorisches

Übung

- Donnerstags, 8:30 Uhr bis 10:00 Uhr im MML
- Mathematische Grundlagen
- Praktische Anwenden der Theorie (Berechnungen von konkreten Beispielen)
- Empirische Anwendung der Theorie (ökonometrische Analysen)

Prüfung

- mündliche Prüfung (75%)
- Hausarbeiten (25%)
  - wöchentliche Aufgaben
  - mathematische Berechnungen
  - praktische Analysen am Computer
  - 2er Gruppen möglich

Literatur

Allgemeine Literatur

- Varian, H. R. (1999): Intermediate Microeconomics. A Modern Approach. 5. Auflage. W. W. Norton & Company, New York.
- Varian, H. R. (2001): Grundzüge der Mikroökonomik. 5. Auflage. Oldenbourg, München.
- Bergstrom, T. C., H. R. Varian (1999): Workouts in Intermediate Microeconomics. 5. Auflage. W. W. Norton & Company, New York.
- Bergstrom, T. C., H. R. Varian (2001): Trainingsbuch zu Varian, Grundzüge der Mikroökonomik. 5. Auflage. Oldenbourg, München.
- Skripte zur Vorlesung und Übung:
  http://www.uni-kiel.de/agrarpol/ahenningsen/

Speziellere Literatur

- Deaton, A., J. Muellbauer (1980): Economics and Consumer Behaviour. Cambridge University Press.
- Sadoulet, E., A. de Janvry (1995): Quantitative Development Policy Analysis. The Johns Hopkins University Press, Baltimore.

- Varian, H. R. (1992): Microeconomic Analysis. 3. Auflage. W. W. Norton & Company, New York.
- Varian, H. R. (1994): Mikroökonomie. 3. Auflage. Oldenbourg, München.

Teil I.
Grundlagen

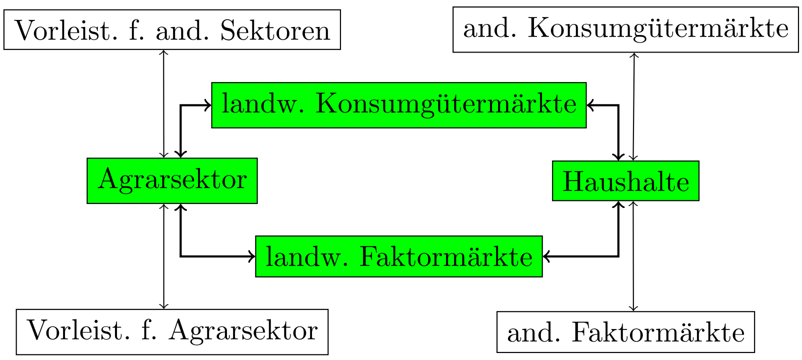
1. Mikroökonomie

Mikroökonomie

- Teilgebiet der Volkswirtschaftslehre
- wirtschaftliches Verhalten von Individuen (z.B. Haushalte und Unternehmen)
- Verteilung von knappen Gütern und Einkommen
- Individuen verfolgen bestimmte Ziele unter gegebenen Rahmenbedingungen

Mikroökonomie ∩ Agrarökonomie

Produktion, Handel und Konsum von Agrargütern



2. Modelle

Modelle

Ökonomische Theorie besteht aus Modellen

- Modell = **vereinfachtes** Abbild der Realität
- irrelevante Details werden weggelassen
- Konzentration auf wenige wichtige Dinge

Beschreibung eines Modells z.B. durch

- Sprache (verbales Modell)
- Schaubilder (graphisches Modell)
- Formeln (mathematisches Modell)

2.1. Grundstruktur

Mathematisch-ökonomische Modelle

Beispiel: Nachfragefunktion

$$x = 100 - 3 \cdot p$$

mit x = Nachfragemenge, p = Preis

Grundstruktur

- Variablen
- Parameter
- Relationen zwischen Variablen
- Gleichgewichtskonzepte

Variablen

Variablen ...

- können unterschiedliche Werte annehmen
- korrespondieren mit einem theoretischen Konstrukt
- endogene Variablen: durch das Modell erklärt
- exogene Variablen: außerhalb des Modells determiniert
- Typen:
  - Bestandsgrößen (z.B. Kapitalstock)
  - Flussgrößen (z.B. Einkommen)
  - Verhältnisgrößen (z.B. Marktanteil)

Parameter

Parameter ...

- nehmen innerhalb eines konkreten (spezifizierten) Modells einen festen Wert an
- stellen die Richtung und Stärke der Beziehungen zwischen Variablen dar

Relationen

- Gleichungen
- Ungleichungen

Unterscheidung von

- Identitäten/Definitionsgleichungen (z.B. Gewinn $\equiv$ Umsatz $-$ Kosten)

- Ökonomische Funktionen:
  - Technische Funktionen (z.B. Produktionsfunktion)
  - Verhaltensfunktionen (z.B. Nachfragefunktion)
  - Zielfunktionen (z.B. Nutzenfunktionen)
- Funktionsformen (z.B. linear)
- Restriktionen (z.B. Ressourcenausstattung)

Gleichgewichtskonzepte

- Walras-Gleichgewicht, z.B.
  - einfaches Marktgleichgewicht bei vollständiger Konkurrenz
  - Marktgleichgewicht mit Transaktionskosten
- Spieltheoretische Gleichgewichte, z.B.
  - kooperative Nash-Lösung
  - Cournot-Nash-Gleichgewicht
  - Nash-Gleichgewicht
- Zwischenformen
  - Monopol, Monopson
  - Oligopol, Oligopson

2.2. Modelltypen

Modelltypen

- Erklärungs- und Prognosemodelle:
  $$y = F(x)$$
  mit x = exogene Variablen, y = endogene Variablen, F = Funktionale Beziehung
- Entscheidungsmodelle
  $$\max_x W(y), \text{ s.t. } y = F(x)$$
  mit W = Zielfunktion

Einordnung

Einordnung ökonomischer Gleichgewichtsmodelle nach:

- **mikroökonomisch** / makroökonomisch
- **partial** / global

- **statisch** / dynamisch
- **deterministisch** / stochastisch

2.3. Bewertung

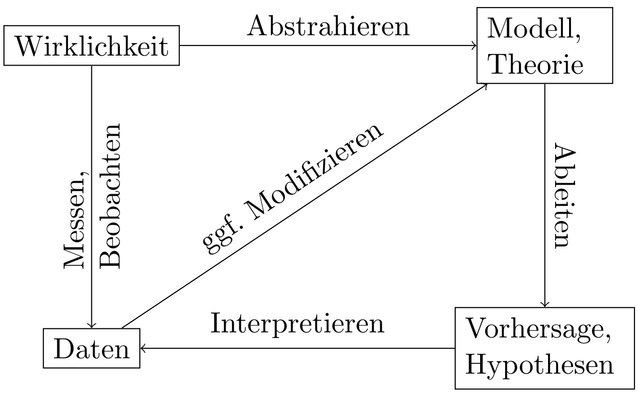
Bewertung von Modellen

Kriterien

- Theoretische Konsistenz Modellansatzes
- Relevanz des Modellansatzes
- Erklärungstiefe des Modells (qualitative vs. quantitative Modelle)
- Realitätsnähe der Modellannahmen
- Erklärungs- und Prognosegüte des Modells

Ökonomie als Erfahrungswissenschaft

Hempel-Oppenheim-Schema



Quelle: Henning: Vorlesungsskript Mikroökonomie, nach Hempel & Oppenheim (1948): Studies in the Logic of Explanation, Philosophy of Science 15(2), S. 135-75; Esser, Klenovits & Zehnpfenng (1977): Wissenschaftstheorie.

Teil II.
Haushalte

3. Budgetbeschränkung

Budgetbeschränkung
(Varian, 1999, Kapitel 2)

- Konsumenten wählen das beste Güterbündel, das sie sich leisten können
- „bestes Güterbündel“ $\rightarrow$ Präferenzen
- „sich leisten können“ $\rightarrow$ Budgetbeschränkung

3.1. Formale Darstellung

Formale Darstellung
Vereinfachung: nur 2 Güter

- Güterbündel $X = (x_1, x_2)$, x_1 = Konsummenge Gut 1, x_2 = Konsummenge Gut 2
- Preise $P = (p_1, p_2)$, p_1 = Preis Gut 1, p_2 = Preis Gut 2
- Budgetbeschränkung $p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$, p_1x_1 = Ausgaben für Gut 1, p_2x_2 = Ausgaben für Gut 2, m = maximale Ausgaben bzw. Einkommen

Zwei Güter
Verallgemeinerung der „zwei Güter“-Annahme

- x_1 = Nachfrage nach ausgewähltem Gut
- x_2 = Nachfrage nach allen übrigen Gütern („zusammengesetztes Gut“)
- x_2 = z.B. Euro, die für alle anderen Güter ausgegeben werden können $\Rightarrow p_2 = 1 \Rightarrow p_1x_1 + x_2 \leq m$
- zwei Güter $\triangleq$ (ein normales + ein zusammengesetztes Gut)

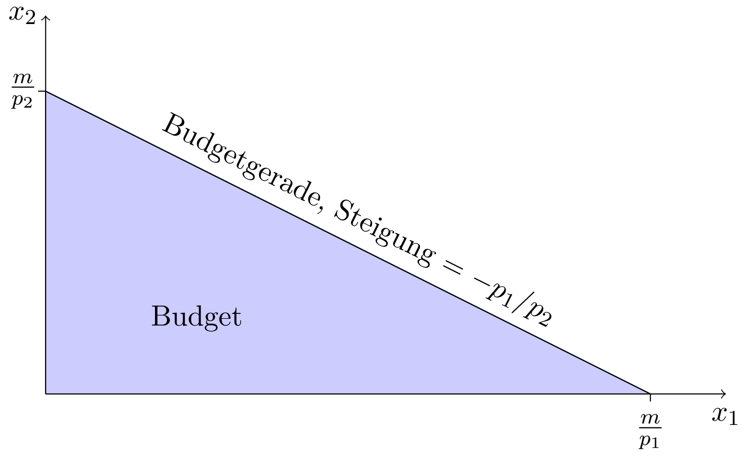
3.2. Budget (Budgetraum)

Budget (Budgetraum)

- „Budget“ („Budgetraum“) = alle Güterbündel X, die die Budgetbeschränkung $p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$ erfüllen (bei gegebenen Preisen und Einkommen)
- Budgetgerade = alle Güterbündel X, die das Einkommen voll ausschöpfen: $p_1x_1 + p_2x_2 = m$

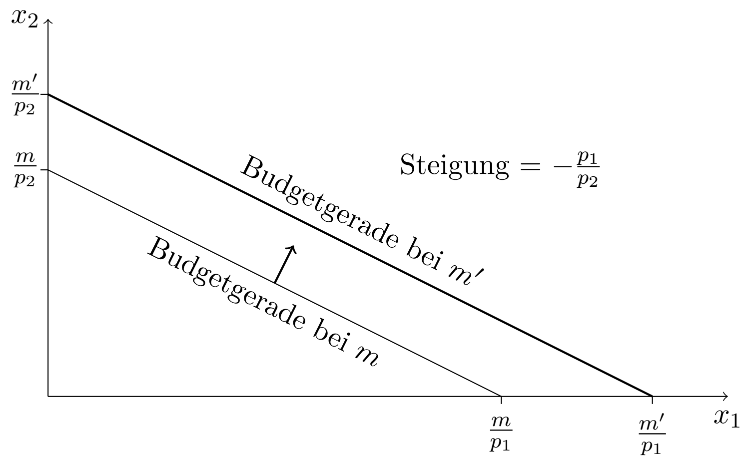
- Budgetgerade auflösen nach x_2: $p_2 x_2 = m - p_1 x_1 \Leftrightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$
- Konsum von Gut 2 in Abhängigkeit von Gut 1: Kein Konsum von Gut 1 ($x_1 = 0$) $\Rightarrow$ $x_2 = \frac{m}{p_2}$, Erhöhen von x_1 um eine Einheit ($\Delta x_1 = 1$) $\Rightarrow \Delta x_2 = -\frac{p_1}{p_2}$

Budget (Budgetraum)



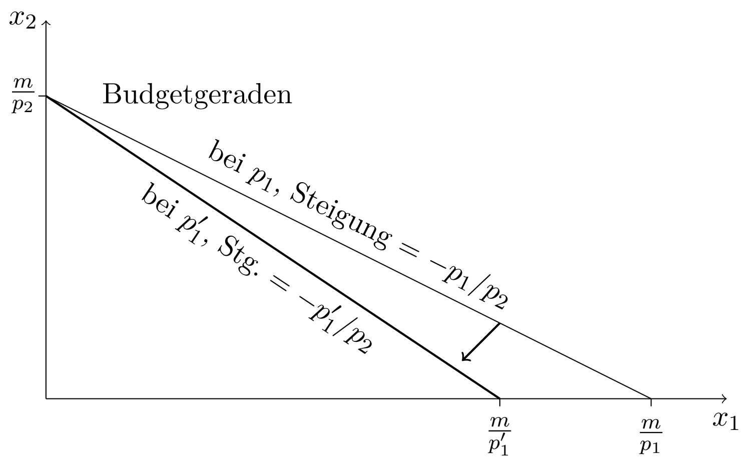
Budgetgerade bei Einkommensänderung

Beispiel: **Einkommenserhöhung von m auf m'**



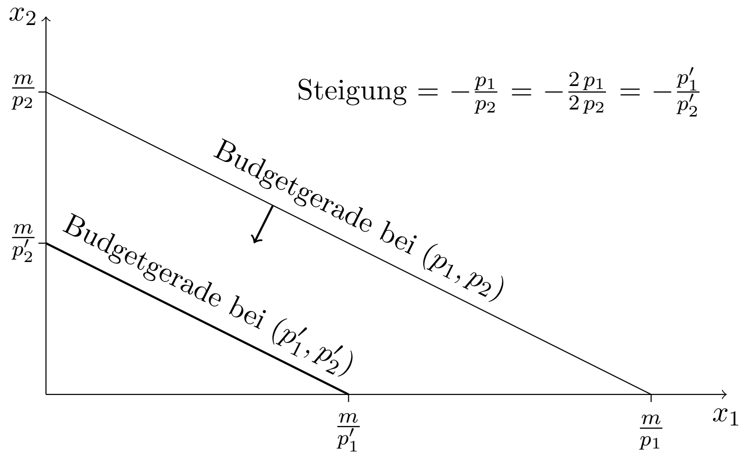
Budgetgerade bei Preisänderungen

Beispiel: **Preiserhöhung für Gut 1 von p_1 auf p_1'**



Budgetgerade bei proportionalen Preisänderungen

Beispiel: **Preise von beiden Gütern verdoppeln sich**: $(p_1', p_2') = (2\,p_1, 2\,p_2)$



Budgetgerade bei proportionalen Preisänderungen

- Budgetgrade bei (p_1, p_2)
$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$
- Budgetgrade bei $(t\,p_1, t\,p_2)$
$$t\,p_1 x_1 + t\,p_2 x_2 = m$$
- Umformen
$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = \frac{m}{t}$$

⇒ Multiplikation aller Preise mit t entspricht Division des Einkommens mit t
⇒ Multiplikation aller Preise und des Einkommens mit t lässt Budgetgerade unverändert

3.3. Numéraire

Numéraire

- Budgetgerade hängt von zwei (allen) Preisen und dem Einkommen ab
- eine dieser Variablen im Prinzip überflüssig
- Budgetgerade
$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$
- Budgetgerade mit p_2 als Numéraire
$$\frac{p_1}{p_2} x_1 + x_2 = \frac{m}{p_2}$$
- Budgetgerade mit Einkommen m als Numéraire
$$\frac{p_1}{m} x_1 + \frac{p_2}{m} x_2 = 1$$

$\Rightarrow$ Betrachtung der **Relativ**preise

4. Präferenzen

Präferenzen

(Varian, 1999, Kapitel 3)

- Konsumenten wählen das beste Güterbündel, das sie sich leisten können
- „sich leisten können“ $\rightarrow$ Budgetbeschränkung
- „bestes Güterbündel“ $\rightarrow$ Präferenzen

4.1. Konsumbündel

Konsumbündel

- vollständige Liste aller Güter, die konsumiert werden können
- Bezeichnung: $X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$
- Vereinfachung: 2 Güter
  - „normales“ Gut: x_1
  - „zusammengesetztes“ Gut („alle anderen Güter“): x_2

Vergleich von Konsumbündeln
Wahl zwischen 2 Konsumbündeln (x_1, x_2) und (y_1, y_2)

- $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$: ersteres wird **streng vorgezogen**
- $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$: **indifferent** zwischen beiden
- $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$: ersteres wird **schwach vorgezogen**

Beziehungen (Beispiele)

- $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ und $(y_1, y_2) \succeq (x_1, x_2)$[0.3ex] $\Rightarrow (x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$
- $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ und nicht $(y_1, y_2) \sim (x_1, x_2)$[0.3ex] $\Rightarrow (x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$

4.2. Annahmen

Annahmen über Präferenzen
keine Widersprüche

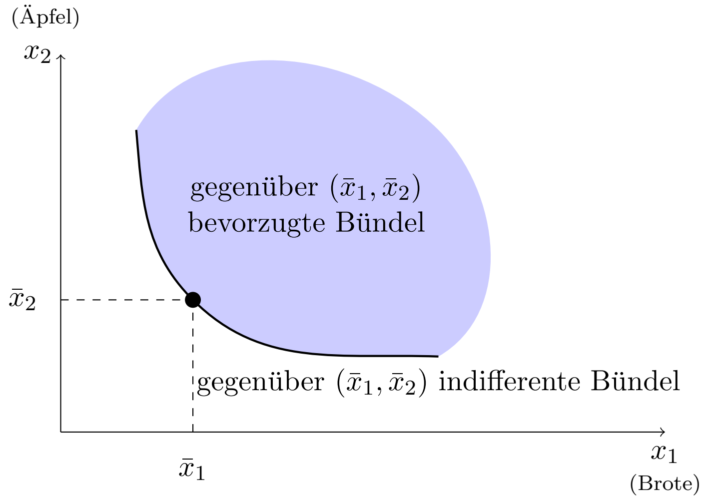
- z.B. nicht $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ und $(y_1, y_2) \succ (x_1, x_2)$

Axiome

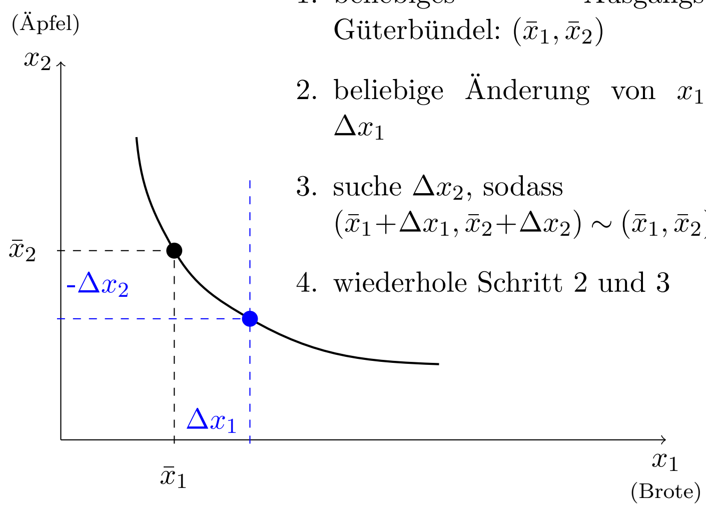
- vollständig: $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ oder $(y_1, y_2) \succeq (x_1, x_2)$ oder beides
- reflexiv: $(x_1, x_2) \succeq (x_1, x_2)$
- transitiv: $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ und $(y_1, y_2) \succeq (z_1, z_2) \Rightarrow (x_1, x_2) \succeq (z_1, z_2)$

4.3. Indifferenzkurven

Indifferenzkurven

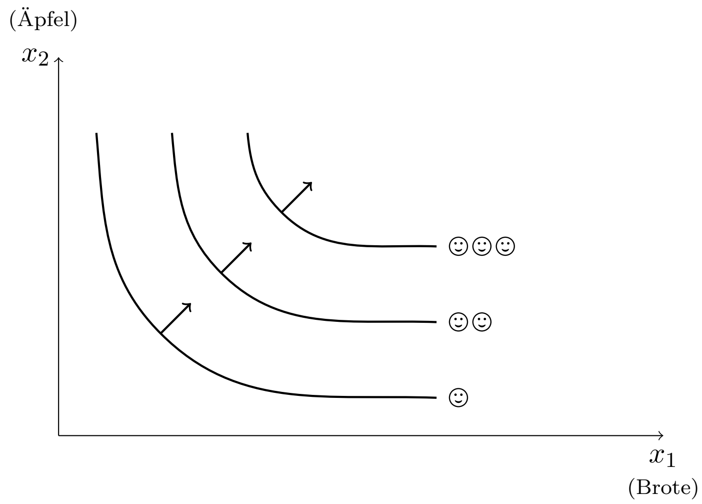


Konstruktion von Indifferenzkurven

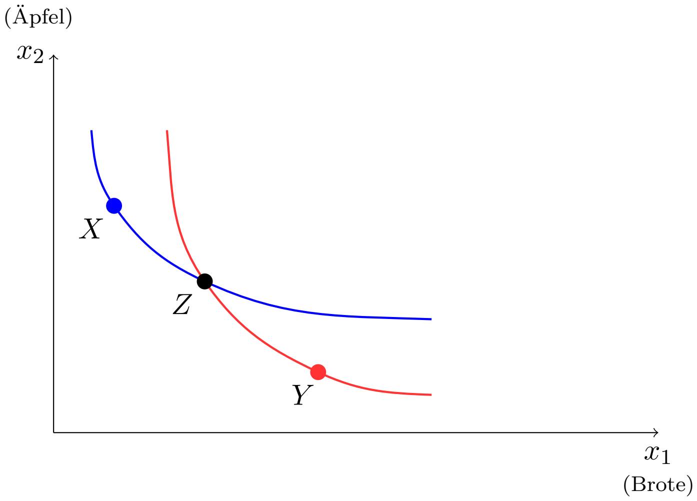


1. beliebiges Ausgangs-Güterbündel: $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$
2. beliebige Änderung von x_1: Δx_1
3. suche Δx_2, sodass $(\bar{x}_1 + \Delta x_1, \bar{x}_2 + \Delta x_2) \sim (\bar{x}_1, \bar{x}_2)$
4. wiederhole Schritt 2 und 3

Mehrere Indifferenzkurven

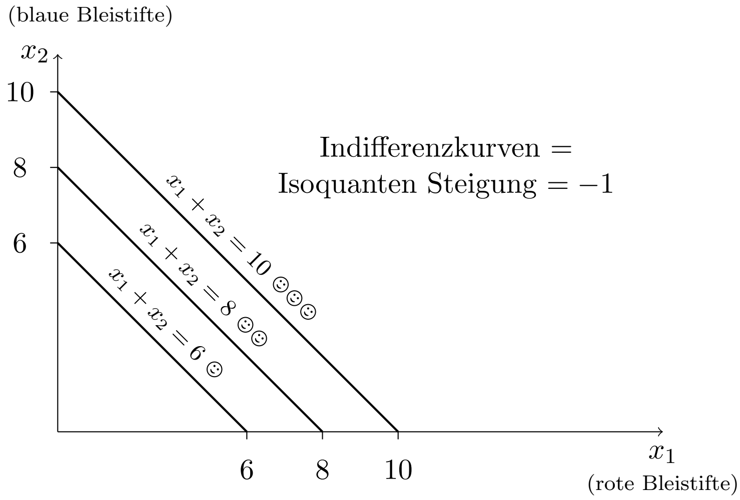


Keine Schnittpunkte von Indifferenzkurven!

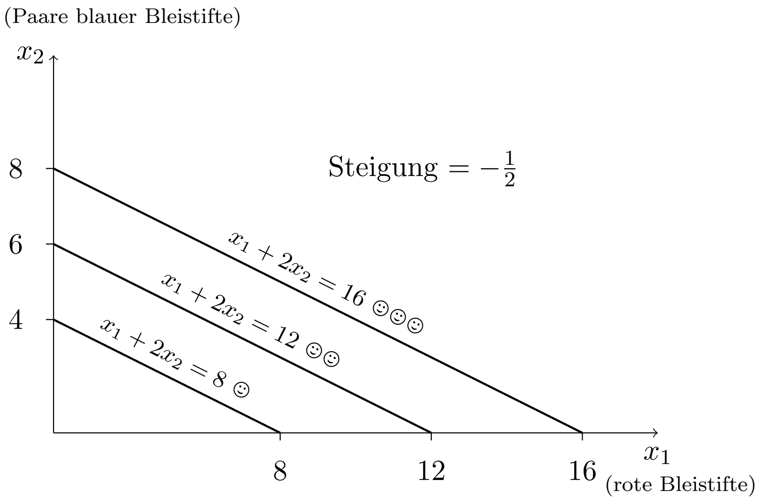


4.4. Spezielle Präferenzen

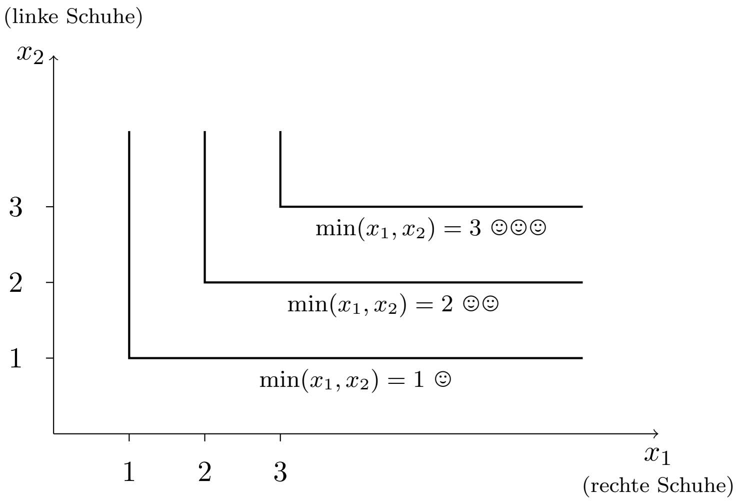
perfekte Substitute



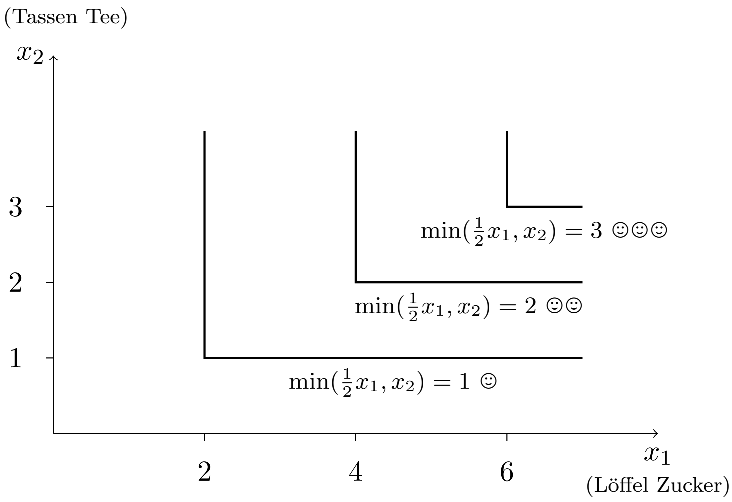
perfekte Substitute II



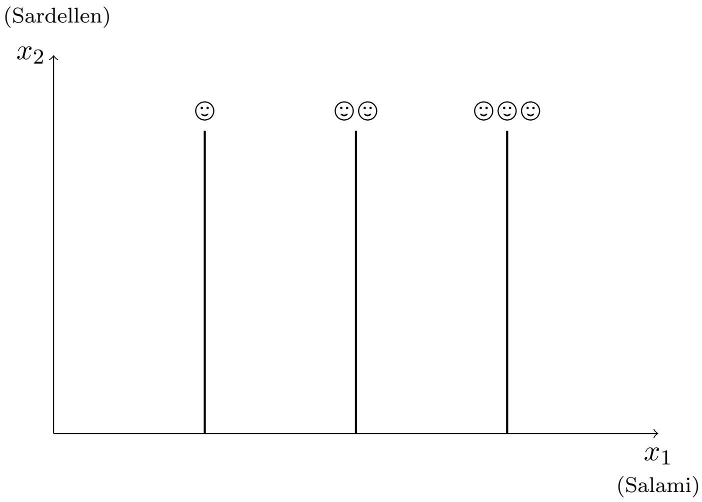
perfekte Komplemente



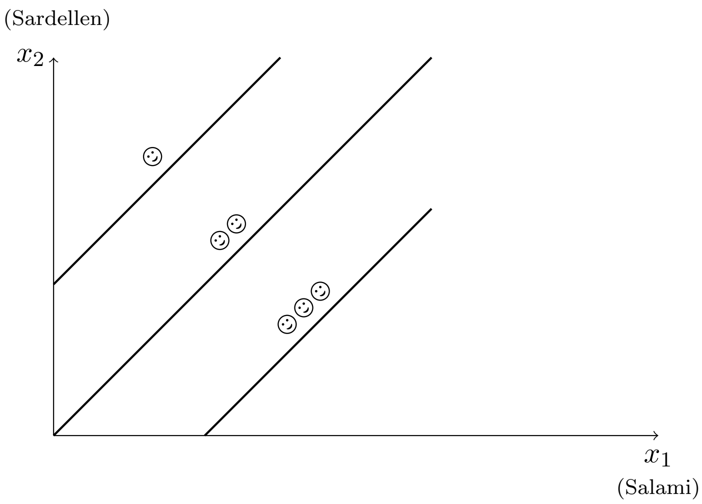
perfekte Komplemente II



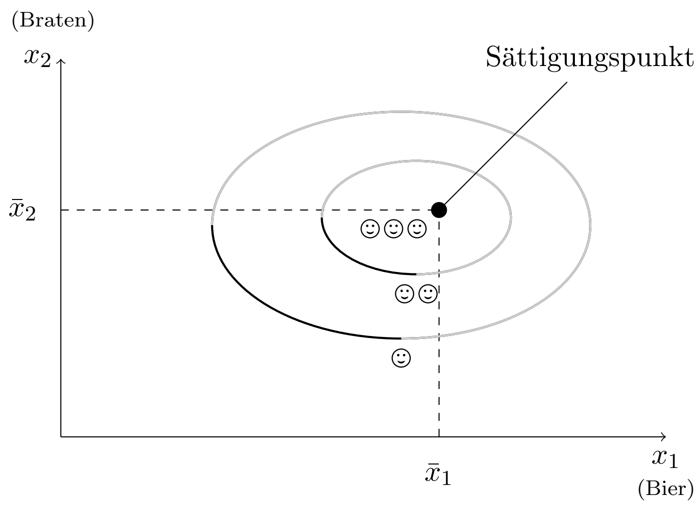
Neutrale Güter



„Schlechte“ Güter



Sättigung



4.5. Normale Präferenzen

Normale Präferenzen

Präferenzen

- können sehr unterschiedlich sein
- Vereinfachung: Beschränkung auf „normale“ Präferenzen

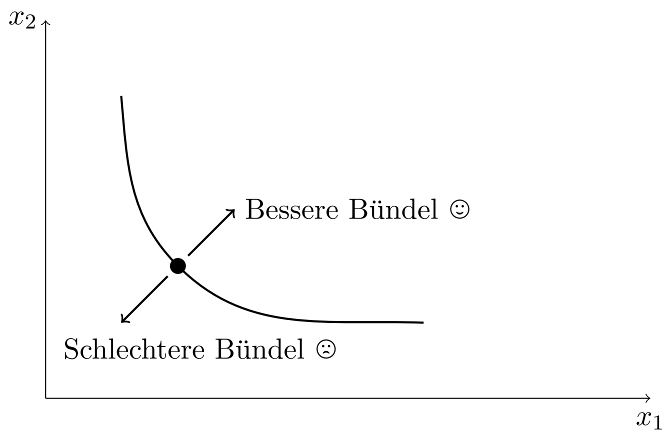
Eigenschaften von „normalen“ Präferenzen

- Monotonie
- Konvexität

Monotonie

- keine „schlechten“ Güter
- „mehr ist besser“
- $(y_1, y_2) \succ (x_1, x_2)$, falls $y_1 > x_1$ und $y_2 \geq x_2$ oder $y_1 \geq x_1$ und $y_2 > x_2$
- Indifferenzkurve hat negative Steigung

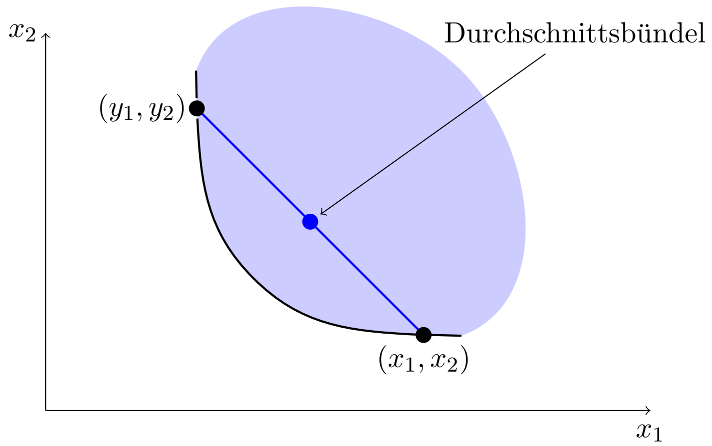
Monotone Präferenzen



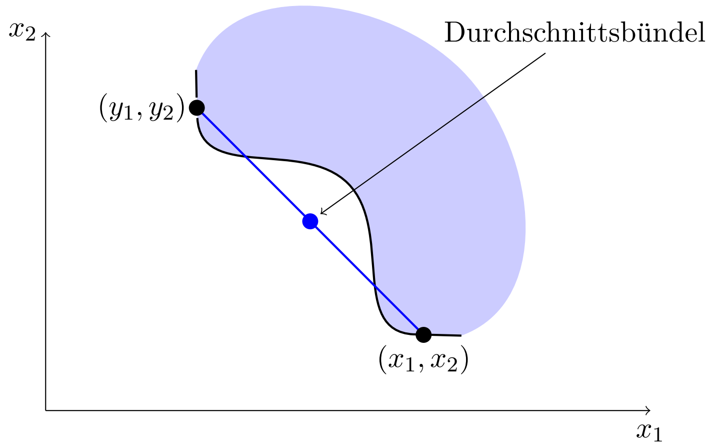
Konvexität

- Durchschnitt mindestens so gut wie Extreme
- falls $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$, $\left(\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}y_1, \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}y_2\right) \succeq (x_1, x_2)$
- Verallgemeinerung: falls $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$, $(t\,x_1 + (1-t)y_1, t\,x_2 + (1-t)y_2) \succeq (x_1, x_2)$ mit $0 \leq t \leq 1$
- Erweiterung der Annahme: strenge Konvexität

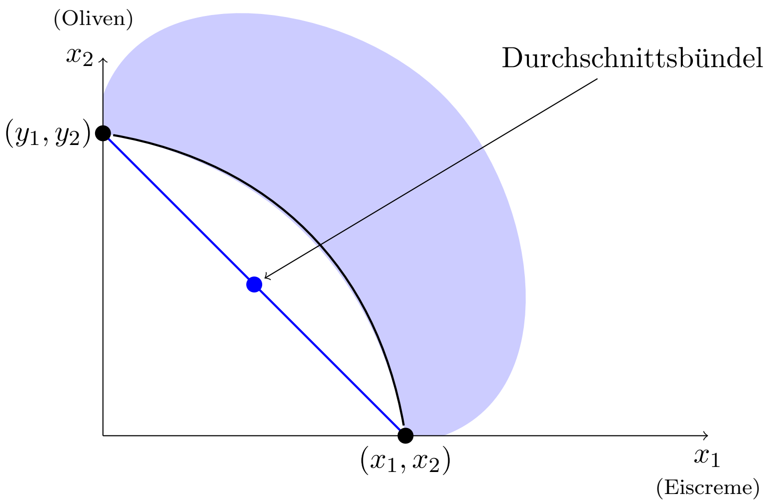
Konvexe Präferenzen



Nicht-konvexe Präferenzen



Konkave Präferenzen

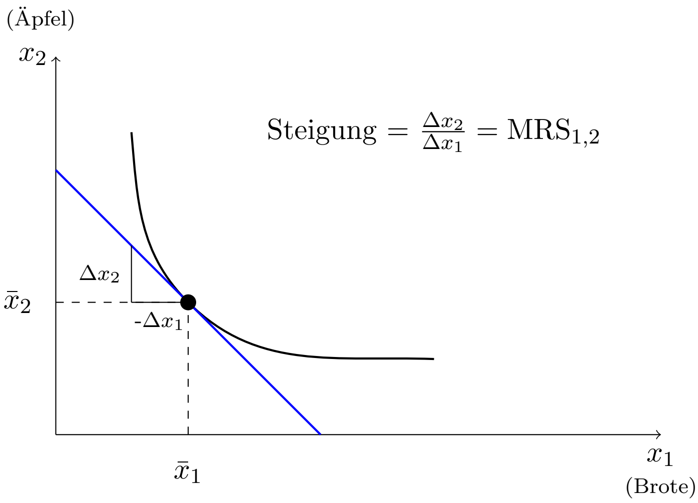


4.6. Grenzrate der Substitution

Grenzrate der Substitution

- Steigung der Indifferenzkurve (an einem bestimmten Punkt)
- Abkürzung: MRS (Marginal Rate of Substitution)
- $\mathrm{MRS}_{1,2}$ an dem Punkt $(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$, mit $(\bar{x}_1 + \Delta x_1, \bar{x}_2 + \Delta x_2) \sim (\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ ($\Delta x_1 =$ marginale Änderung)
- bei normalen Präferenzen negativ

Grenzrate der Substitution



4.7. Tausch

Tausch

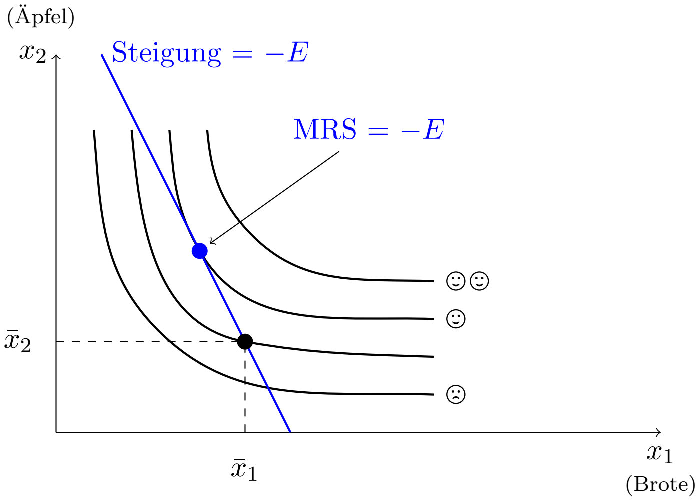
Annahme

- „normale“ Präferenzen (monoton + konvex)

Tausch

- Tausch von Gut 1 gegen Gut 2 oder Gut 2 gegen Gut 1 zum „Kurs“ E
- Δx_1 Einheiten Gut 1 gegen $E\,\Delta x_1$ Einheiten Gut 2
- Δx_2 Einheiten Gut 2 gegen $\Delta x_2/E$ Einheiten Gut 1
- Tausch lohnt sich nicht (mehr) bei $\text{MRS} = -E$

Tausch



5. Nutzenkonzept

5.1. Exkurs: Skalen

Exkurs: Skalen

- Nominalskala: keine natürliche Reihenfolge z.B. Geschlecht, Haarfarbe, Beruf
- Ordinalskala: natürliche Reihenfolge, Abstände ohne Bedeutung, z.B. Schulnoten, Zufriedenheit
- Kardinalskala: Intervallskala, Abstände mit Bedeutung, kein natürlicher Nullpunkt, z.B. Jahreszahl, Celsius-Temperaturskala
- Verhältnisskala: natürlicher Nullpunkt, willkürliche Maßeinheit, z.B. Gewicht, Kelvin-Temperaturskala
- Absolutskala: natürliche Maßeinheit (im weitesten Sinne „Stück“), z.B. Einwohner eines Landes

5.2. Einleitung

Nutzen

früher

- numerisches Maß des Glücks/Wohlbefindens eines Menschen
- Nutzen $\rightarrow$ Präferenzen

heute

- Möglichkeit, die Präferenzen zu beschreiben
- gibt an, ob $(x_1, x_2) \succ, \prec$ oder $\sim (y_1, y_2)$
- Präferenzen $\rightarrow$ Nutzen

Nutzenfunktion

- weist jedem möglichen Konsumbündel eine Zahl zu
- bevorzugten Güterbündeln werden höhere Zahlen zugeordnet als weniger erwünschten
- ordinaler Nutzen
  - Größe ist nur für Ordnung relevant
  - Differenz ist bedeutungslos
- Beispiel: $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2) \Leftrightarrow u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$

- Zahlenbeispiele für A $\succ$ B $\succ$ C:

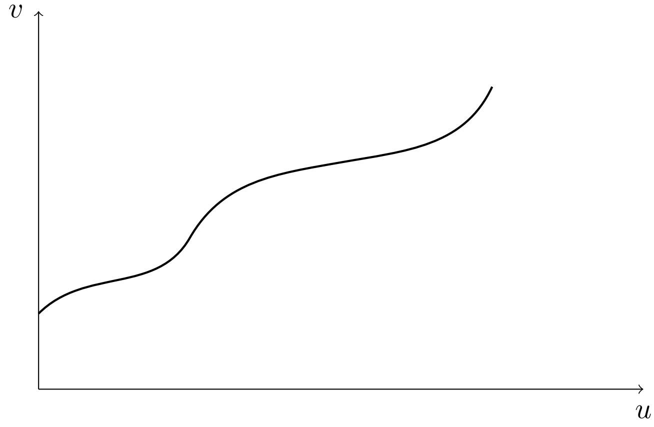
Bündel	U_1	U_2	U_3	U_4
A	3	17	-1	10
B	2	10	-2	0
C	1	0.002	-3	-1000

- Einzige Aufgabe: Ordnung der Güterbündel

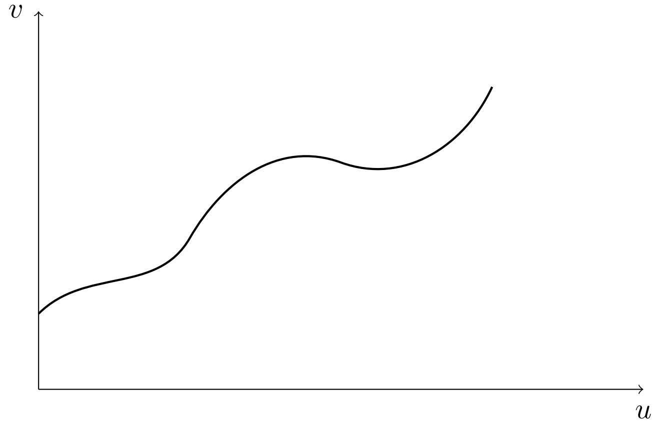
(Positive) monotone Transformation

- Reihenfolge bleibt erhalten
- $u_1 > u_2 \Rightarrow f(u_1) > f(u_2)$
- Beispiele: $x + 2$, $2x$, x^3, $\log(x)$
- $u(x_1, x_2)$ = Nutzenfunktion, $f(u)$ = monotone Transformation $\Rightarrow f(u(x_1, x_2))$ = Nutzenfunktion, die dieselben Präferenzen wie $u(x_1, x_2)$ darstellt, weil $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ $\Rightarrow u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2) \Rightarrow f(u(x_1, x_2)) > f(u(y_1, y_2))$

Positive monotone Transformation



keine monotone Transformation



Indifferenzkurven

- können mit Nutzenfunktionen dargestellt werden
- Güterbündel, die gleichen Nutzen stiften
- „höhere" Indifferenzkurve $\hat{=}$ höherer Nutzen
- monotone Transformation $\hat{=}$ Umetikettierung der Indifferenzkurven

5.3. Kardinaler Nutzen

Kardinaler Nutzen

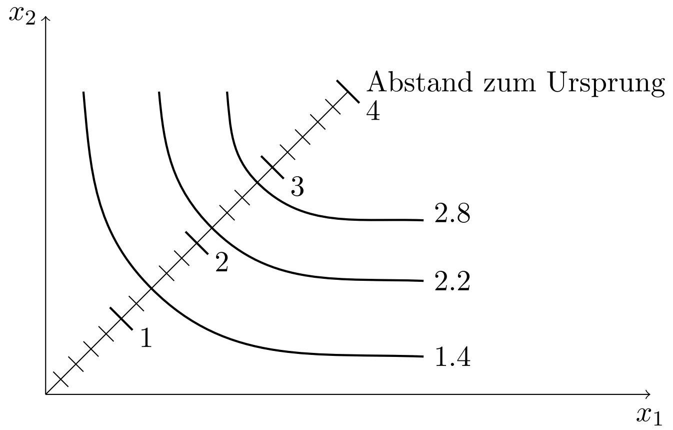
- Höhe des Nutzens und Nutzendifferenzen von Bedeutung
- Definition über Geld, Wegstrecke, Zeit, Wahrscheinlichkeit, ...?
- Entscheidung für Konsumbündel: nur Vorzeichen des Abstands relevant $\Rightarrow$ ordinales Nutzenkonzept ausreichend

5.4. Konstruktion

Konstruktion einer Nutzenfunktion

- nicht alle Präferenzen durch Nutzenfunktion darstellbar, z.B. nicht-transitive: aus $A \succ B \succ C \succ A$ müsste (unmögliches) $u(A) > u(B) > u(C) > u(A)$ folgen
- „vernünftige" Präferenzen in der Regel durch Nutzenfunktion darstellbar
- Ausgangspunkt: Indifferenzkurven
- Zuordnung von Zahlen zu Indifferenzkurven, aufsteigend mit zunehmendem Abstand vom Ursprung, z.B. Abstand zum Ursprung gemessen am Schnittpunkt mit der Diagonalen

Konstruktion einer Nutzenfunktion



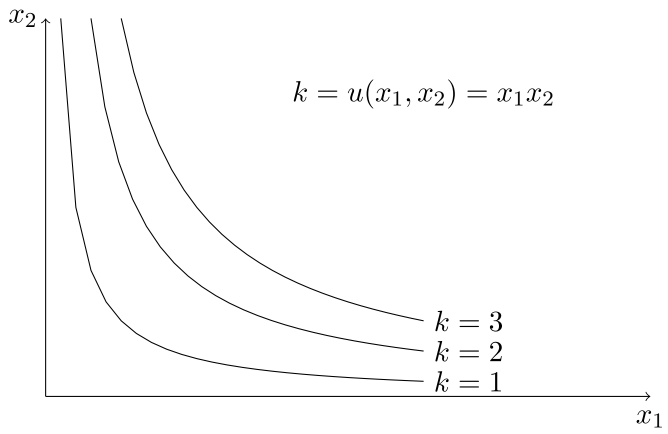
5.5. Beispiele

Indifferenzkurven

Wie erhält man Indifferenzkurven aus Nutzenfunktionen?

- alle Punkte (x_1, x_2), sodass $u(x_1, x_2)$ konstant
- Menge aller dieser Punkte = Niveaumenge
- anderes konstantes Nutzenniveau $\Rightarrow$ andere Indifferenzkurve
- Beispiel: $u(x_1, x_2) = x_1 x_2 \Rightarrow$ Indifferenzkurve bei $k = u = x_1 x_2$:
$$x_2 = \frac{k}{x_1}$$

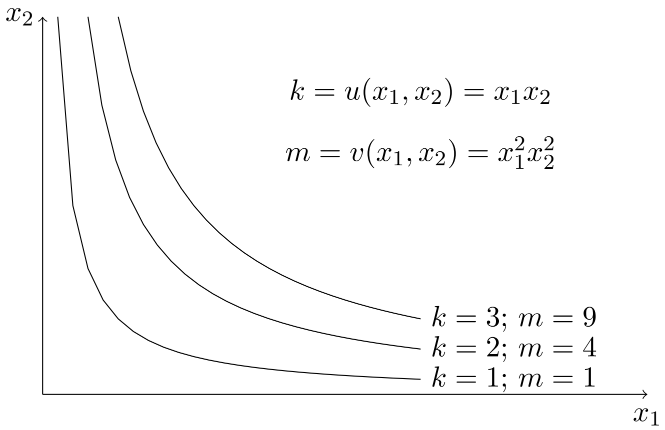
Beispiel 1



Beispiel 2

- Nutzenfunktion $v(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2$
- $m = x_1^2 x_2^2 \Rightarrow x_2^2 = \frac{m}{x_1^2} \Rightarrow x_2 = \frac{\sqrt{m}}{x_1}$
- oder Umformung
$$v(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2 = (x_1 x_2)^2 = u(x_1, x_2)^2$$
- Falls $u(x_1, x_2) \geq 0 \Rightarrow v(x_1, x_2) =$ monotone Transformation von $u(x_1, x_2)$
- Indifferenzkurven sind dieselben wie in Beispiel 1
- Etiketten haben sich geändert: $k = 1, 2, 3, \ldots \Rightarrow m = 1, 4, 9, \ldots$
- z.B. Bündelmenge $v(x_1, x_2) = 9$ entspricht genau $u(x_1, x_2) = 3$

Beispiele 1 und 2



Perfekte Substitute

- Beispiel: rote und blaue Bleistifte
- nur Gesamtzahl relevant $\Rightarrow$ Nutzen hängt von Gesamtzahl ab, z.B. $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$
- Nutzen konstant entlang der Indifferenzkurve
- ordnet bevorzugten Bündeln höhere Werte zu
- Austauschverhältnis konstant entlang der Indifferenzkurve
- Quadrat der Nutzenfunktion (monotone Transformation): $u(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$
- Austauschverhältnis: 1 Einheit Gut 1 gegen 2 Einheiten Gut 2: z.B. $u(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$
- allgemein: b Einheiten Gut 1 gegen a Einheiten Gut 2: z.B. $u(x_1, x_2) = a\,x_1 + b\,x_2$

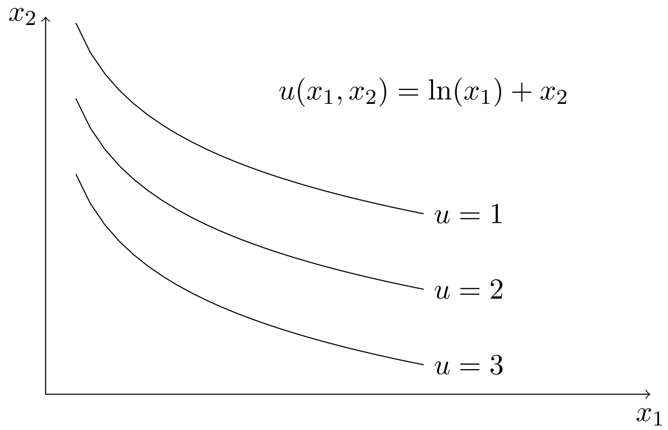
Perfekte Komplemente

- Beispiel: linke und rechte Schuhe
- nur vollständige Paare relevant $\Rightarrow$ Nutzen hängt vom Minimum von x_1 und x_2 ab, z.B. $u(x_1, x_2) = \min(x_1, x_2)$
- Nutzen konstant entlang der Indifferenzkurve
- ordnet bevorzugten Bündeln höhere Werte zu
- Konsumverhältnis: 1 Einheit Gut 1 mit 2 Einheiten Gut 2: z.B. $u(x_1, x_2) = \min(x_1, \frac{1}{2}x_2)$
- monotone Transformation $(\cdot 2)$: $v(x_1, x_2) = \min(2x_1, x_2)$
- allgemein: b Einheiten Gut 1 mit a Einheiten Gut 2: z.B. $u(x_1, x_2) = \min(a\,x_1, b\,x_2)$

Quasilineare Präferenzen

- Nutzen ist linear in einem Gut, d.h. teilweise linear bzw. quasilinear
- Nutzenfunktion linear in x_2: $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$
- Indifferenzkurven $u(x_1, x_2) = k \Rightarrow x_2 = k - v(x_1) \Rightarrow$ Indifferenzkurven sind vertikal verschoben
- Beispiele: $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2$ oder $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$
- nicht sehr realistisch, aber einfach handhabbar

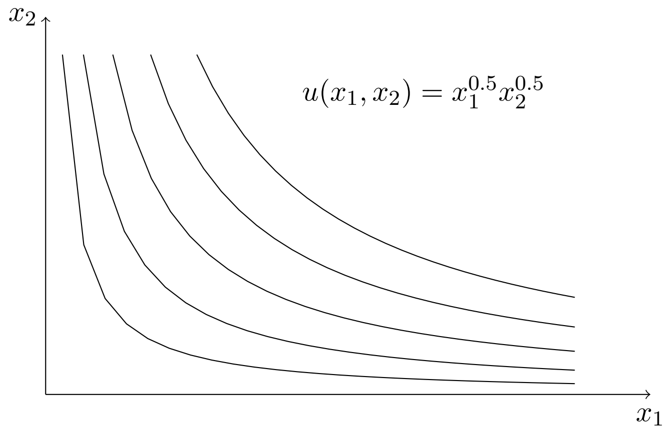
Quasilineare Präferenzen



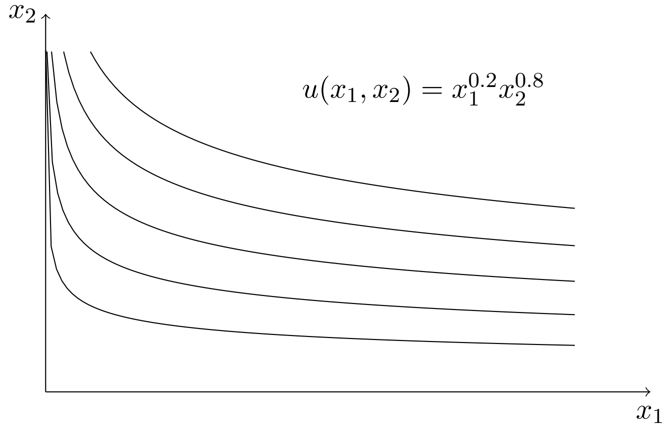
Cobb-Douglas Präferenzen

- Nutzenfunktion $u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$ mit $c, d > 0$
- Logarithmieren (monotone Transformation): $v(x_1, x_2) = \ln(x_1^c x_2^d) = c\ln(x_1) + d\ln(x_2)$
- Potenzieren mit $\frac{1}{c+d}$ (monotone Transformation): $v(x_1, x_2) = (x_1^c x_2^d)^{\frac{1}{c+d}} = x_1^{\frac{c}{c+d}} + x_2^{\frac{d}{c+d}} = x_1^a + x_2^{1-a}$ mit $a = \frac{c}{c+d}$

Cobb-Douglas Präferenzen



Cobb-Douglas Präferenzen



5.6. Grenznutzen

Grenznutzen

- Konsumbündel (x_1, x_2)
- Wie ändert sich der Nutzen bei zusätzlicher Menge von Gut 1?
$$MU_1 = \frac{\Delta U}{\Delta x_1} = \frac{u(x_1 + \Delta x_1, x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_1}$$
- MU_1 = Grenznutzen („marginal utility") von Gut 1
- Menge des anderen Gutes (x_2) bleibt konstant
- Nutzenänderung bei Änderung von x_1: $\Delta U = MU_1 \, \Delta x_1$
- Grenznutzen hängt von Maßeinheit des Nutzens ab $\Rightarrow$ Höhe des Grenznutzens hat keine Bedeutung
- Berechnung mit Differentialrechnung:
$$MU_1 = \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1}$$

Beispiele

- $u(x_1, x_2) = x_1 \, x_2 \;\Rightarrow MU_1 = \frac{\partial u}{\partial x_1} = x_2$, $MU_2 = \frac{\partial u}{\partial x_2} = x_1$
- $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ (perfekte Substitute) $\Rightarrow MU_1 = \frac{\partial u}{\partial x_1} = 1$, $MU_2 = \frac{\partial u}{\partial x_2} = 1$
- $u(x_1, x_2) = \min(x_1, x_2)$ (perfekte Komplemente) $\Rightarrow MU_1 = \begin{cases} 1 & \text{falls } x_1 < x_2 \\ 0 & \text{falls } x_1 \geq x_2 \end{cases}$, $MU_2 = \begin{cases} 1 & \text{falls } x_2 < x_1 \\ 0 & \text{falls } x_2 \geq x_1 \end{cases}$
- $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2$ (quasilineare Präferenzen) $\Rightarrow MU_1 = \frac{\partial u}{\partial x_1} = \frac{1}{2\sqrt{x_1}}$, $MU_2 = \frac{\partial u}{\partial x_2} = 1$

- $u(x_1, x_2) = x_1^a\, x_2^{1\text{-}a}$ (Cobb-Douglas Präferenzen) $\Rightarrow MU_1 = \frac{\partial u}{\partial x_1} = a x_1^{a\text{-}1}\, x_2^{1\text{-}a}$, $MU_2 = \frac{\partial u}{\partial x_2} = (1\text{-}a) x_1^a\, x_2^{\text{-}a}$

5.7. Grenzrate der Substitution

Grenzrate der Substitution

- misst Steigung der Indifferenzkurve bei bestimmtem Konsumbündel (x_1, x_2)
- Tauschverhältnis, zu dem Gut 2 für Gut 1 ohne Nutzenänderung substituiert werden könnte
- Änderung beider Konsummengen bei konstantem Nutzen
$$MU_1 \Delta x_1 + MU_2 \Delta x_2 = \Delta U \overset{!}{=} 0$$
- Umformen
$$MU_2 \Delta x_2 = -MU_1 \Delta x_1$$
$$\mathrm{MRS}_{1,2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{MU_1}{MU_2}$$
- MRS ist beobachtbar und hängt nicht von (willkürlicher) Maßeinheit des Nutzens ab

Grenzrate der Substitution

- Herleitung aus totalem Differential
$$\mathrm{d}U = \frac{\partial U}{\partial x_1} \mathrm{d}x_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2} \mathrm{d}x_2$$
- Nutzenänderung auf Null setzen und Umformen
$$\frac{\partial U}{\partial x_2} \mathrm{d}x_2 = -\frac{\partial U}{\partial x_1} \mathrm{d}x_1$$
$$\mathrm{MRS}_{1,2} = \frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}x_1} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{\frac{\partial U}{\partial x_2}} = -\frac{MU_1}{MU_2}$$

5.8. Empirische Ermittlung

Empirische Ermittlung der Nutzenfunktion

- 2 verfügbare Güterbündel: X und Y
- Wenn X gewählt $\Rightarrow u(X) > u(Y)$
- Empirische Analyse der Entscheidungen $\Rightarrow$ Nutzenfunktion

Beispiel: Wahl des Verkehrmittels für Weg zur Arbeit

- Auto oder öffentliche Verkehrsmittel

- Bündel haben verschiedene Merkmale (z.B. Fahrzeit, Wartezeit, Kosten, Bequemlichkeit)
- Annahme: lineare Nutzenfunktion
$$U(x_1, x_2, \dots x_n) = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n$$

Ergebnisse

- Ergebnisse der ökonometrischen Schätzung
$$U(G, F, C) = -0.147G - 0.0411F - 2.24C$$
mit G = Gehzeit, F = Fahrzeit, C = Kosten
- Koeffizienten (β) = Grenznutzen
- Verhältnis der Koeffizienten = MRS, z.B. $\text{MRS}_{G,F} = \frac{\Delta F}{\Delta G} = -\frac{MU_G}{MU_F} = -\frac{-0.147}{-0.0411} \approx -3.5$, $\text{MRS}_{F,C} = \frac{\Delta C}{\Delta F} = -\frac{MU_F}{MU_C} = -\frac{-0.0411}{-2.24} \approx -0.018$ (0.018 US$/Min $\approx$ 1.10 US$/Stunde, Lohn = 2.85 US$/Stunde)

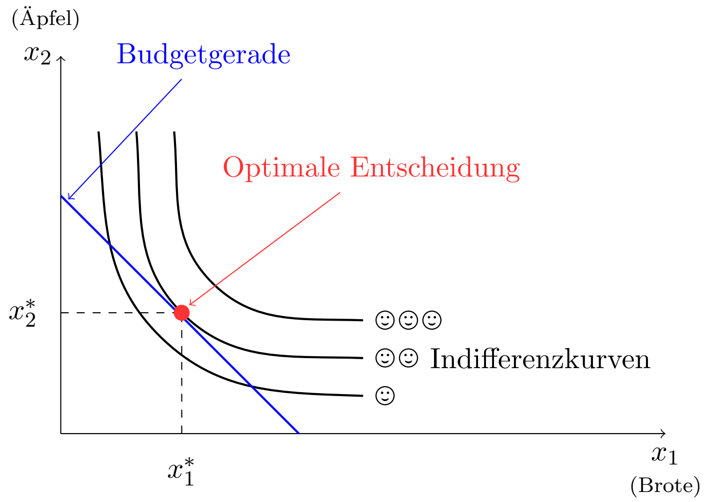
6. Konsumentscheidung

Konsumentscheidung

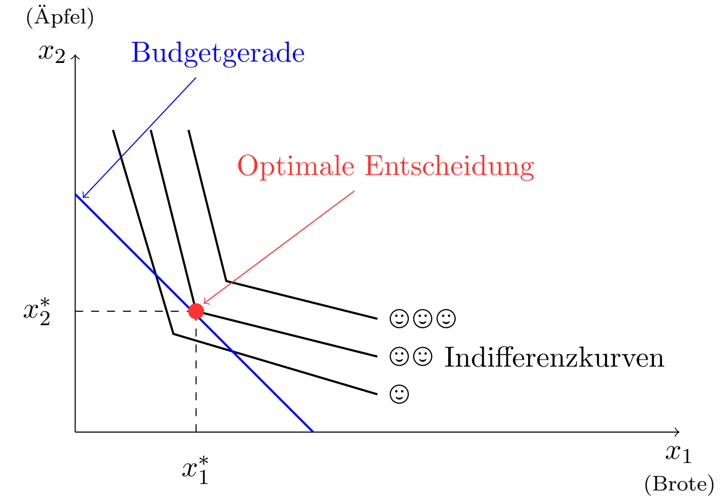
- Zusammenführen: Budget und Präferenzen bzw. Nutzen
- Konsumenten wählen das beste Güterbündel, das sie sich leisten können
- Konsumenten wählen aus der Budgetmenge das bevorzugte Güterbündel

6.1. Optimale Entscheidung

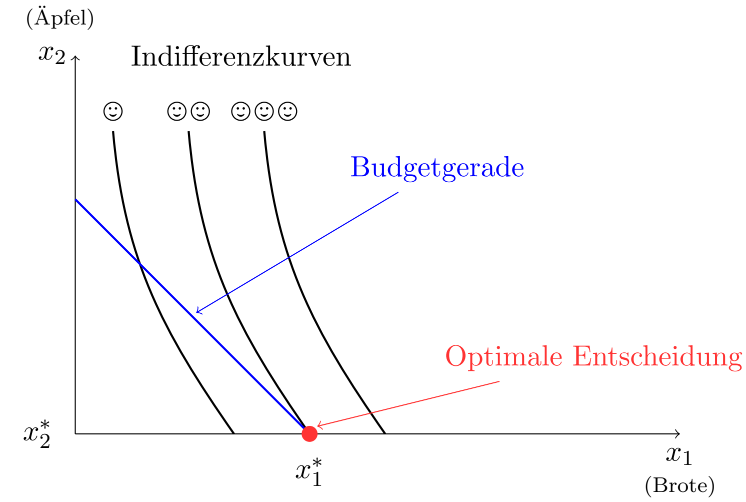
Optimale Entscheidung



Indifferenzkurven mit Knick



Randoptimum



Bedingung für Optimum

Wenn

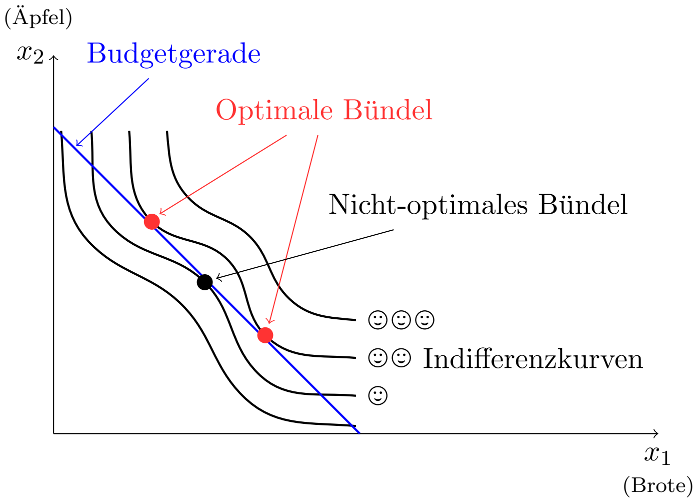
- Indifferenzkurven ohne Knick
- keine Randoptima

dann

- Steigung der Budgetgerade = Steigung der Indifferenzkurve
- Budgetgerade = Tangente der Indifferenzkurve

notwendige Bedingung! Auch hinreichende Bedingung?

Mehrere Berührungspunkte



Optimalbedingung

- Steigung der Indifferenzkurve = Grenzrate der Substitution (MRS)
- Steigung der Budgetgeraden = $-p_1/p_2$
- Optimum: Steigung der Budgetgeraden = Steigung der Indifferenzkurve
$$MRS = \frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}x_2} = -\frac{p_1}{p_2}$$
- |MRS| = Tauschverhältnis ohne Nutzenänderung
- p_1/p_2 = Tauschverhältnis auf dem Markt
- $|\text{MRS}| \neq p_1/p_2 \Rightarrow$ Nutzenerhöhung durch Tausch möglich

6.2. Nachfrage

Nachfrage

Nachgefragtes Bündel

- optimale Wahl der Gütermengen für gegebene Preise und gegebenes Einkommen

Bei Preis- oder Einkommensänderungen

- optimale Entscheidung ändert sich

Nachfragefunktion

- gibt die optimale Entscheidung (nachgefragte Mengen) in Abhängigkeit von Preisen und Einkommen an
- $x_1(p_1, p_2, m)$ und $x_2(p_1, p_2, m)$

- unterschiedliche Preise und Einkommen ⇒ unterschiedliche optimale Güterbündel
- unterschiedliche Präferenzen ⇒ unterschiedliche Nachfragefunktionen

Bedingungen für optimale Nachfragemengen
Bekannt:

$$p_1\,x_1 + p_2\,x_2 \leq m \tag{1}$$

$$\text{MRS} = -\frac{\partial u(x_1,x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1,x_2)/\partial x_2} \tag{2}$$

$$\text{MRS} = -\frac{p_1}{p_2} \tag{3}$$

Bedingungen:

$$p_1\,x_1 + p_2\,x_2 = m \tag{4}$$

$$\frac{\partial u(x_1,x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1,x_2)/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2} \tag{5}$$

Berechnung der Nachfragemengen

1. Umformen der Budgetrestriktion:

$$p_1\,x_1 + p_2\,x_2 = m \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 \tag{6}$$

2. Einsetzen in (Grenz-)Nutzenfunktionen

$$\frac{\partial u(x_1,x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1,x_2)/\partial x_2} = \frac{\partial u(x_1,\frac{m}{p_2}-\frac{p_1}{p_2}x_1)/\partial x_1}{\partial u(x_1,\frac{m}{p_2}-\frac{p_1}{p_2}x_1)/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2} \tag{7}$$

3. Berechnung der Differentiale der Nutzenfunktion

4. Auflösen nach x_1 ⇒ Nachfrage nach Gut 1

5. Einsetzen von x_1 in (6) ⇒ Nachfrage nach Gut 2

Berechnung aus Nutzenmaximierung
Maximierung unter Nebenbedingungen

$$\max_{x_1,x_2} u(x_1,x_2), \tag{8}$$

$$\text{s.t. } p_1\,x_1 + p_2\,x_2 = m \tag{9}$$

Lösungsmöglichkeiten

- Einsetzungsmethode

1. Auflösen der Nebenbedingung nach x_2
2. Einsetzen von x_2 in die Nutzenfunktion
3. unbeschränkte Maximierung der modifizierten Nutzenfunktion

- Lagrange-Methode

Lagrange-Ansatz

1. Lagrange-Funktion:
$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = u(x_1, x_2) - \lambda(p_1\, x_1 + p_2\, x_2 - m) \tag{10}$$

2. Erste Ableitungen Null setzen
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1} - \lambda\, p_1 \overset{!}{=} 0 \tag{11}$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_2} - \lambda\, p_2 \overset{!}{=} 0 \tag{12}$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = p_1\, x_1 + p_2\, x_2 - m \overset{!}{=} 0 \tag{13}$$

3. Lösen des Gleichungssystems

Lagrange-Ansatz

Umformen von (11) und (12) und Division durcheinander:
$$\frac{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_2} = \frac{\lambda\, p_1}{\lambda\, p_2} = \frac{p_1}{p_2} \tag{14}$$
(MRS = Preisverhältnis)

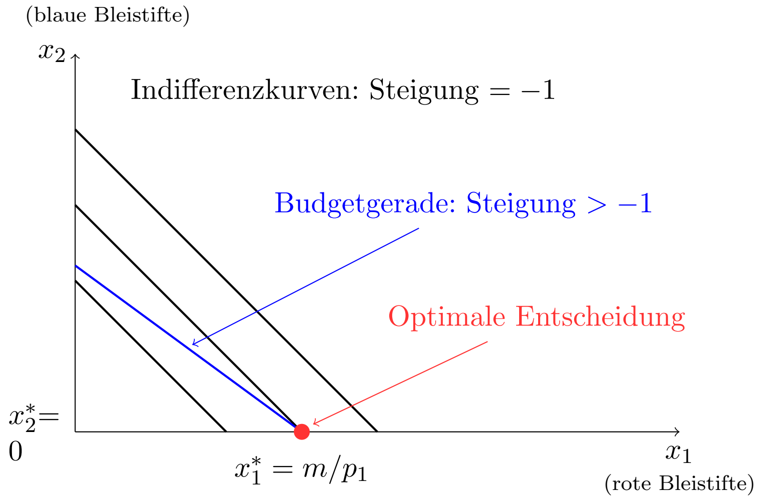
Umformen von (13):
$$p_1\, x_1 + p_2\, x_2 = m \tag{15}$$
(Budgetgerade)

6.3. Beispiele

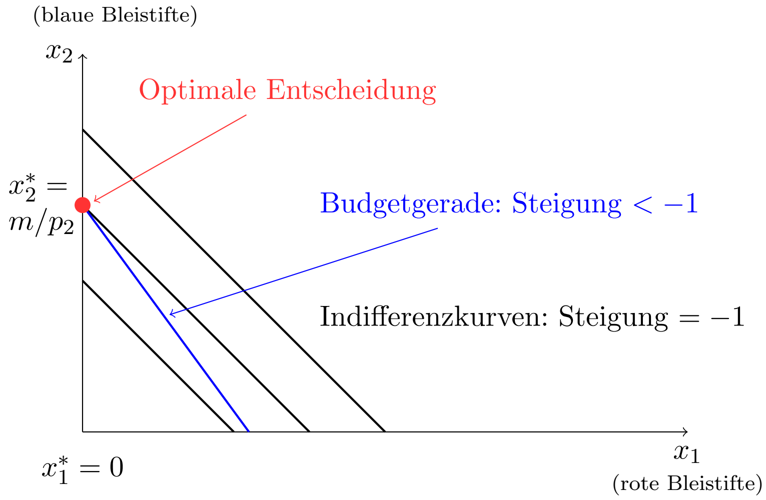
Beispiele

- Perfekte Substitute
- Perfekte Komplemente
- Neutrale Güter
- „Schlechte“ Güter
- Konkave Präferenzen
- Cobb-Douglas Präferenzen

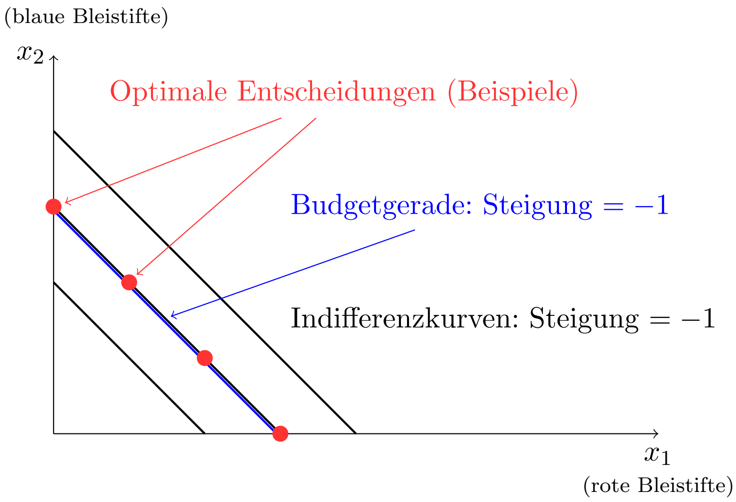
Perfekte Substitute, $p_1 < p_2$



Perfekte Substitute, $p_1 > p_2$



Perfekte Substitute, $p_1 = p_2$



Perfekte Substitute

Nachfragefunktion für Gut 1:

$$x_1 = \begin{cases} m/p_1 & \text{wenn } p_1 < p_2 \\ \text{Zahl zwischen 0 und } m/p_1 & \text{wenn } p_1 = p_2 \\ 0 & \text{wenn } p_1 > p_2 \end{cases}$$

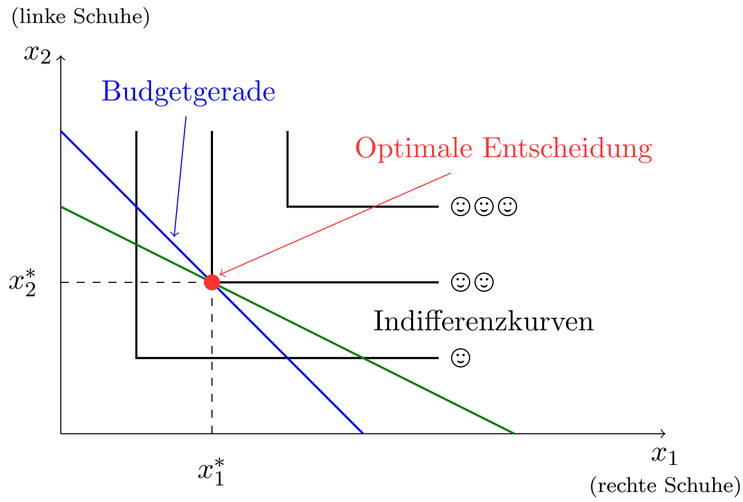
Nachfragefunktion für Gut 2:

$$x_2 = \begin{cases} 0 & \text{wenn } p_1 < p_2 \\ \text{Zahl zwischen 0 und } m/p_2 & \text{wenn } p_1 = p_2 \\ m/p_2 & \text{wenn } p_1 > p_2 \end{cases}$$

Zu beachten bei $p_1 = p_2$:

$$p_1\, x_1 + p_2\, x_2 = m$$

Perfekte Komplemente



Perfekte Komplemente
Bei Konsumverhältnis 1:1

$$x_1 = x_2$$

Substituieren in Budgetgerade:

$$p_1\, x_1 + p_2\, x_2 = p_1\, x_1 + p_2\, x_1 = (p_1 + p_2)x_1 = m$$

Auflösen nach x_1

$$x_1 = \frac{m}{p_1 + p_2} \quad \Rightarrow \quad x_2 = x_1 = \frac{m}{p_1 + p_2}$$

Perfekte Komplemente
Bei Konsumverhältnis 1:2

$$2x_1 = x_2$$

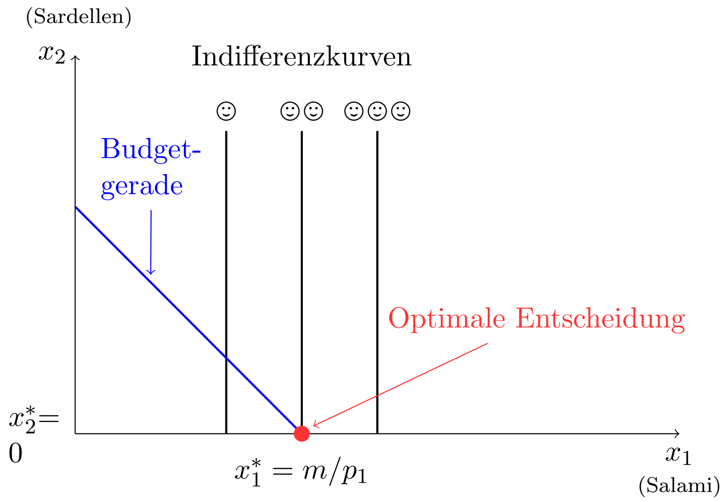
Substituieren in Budgetgerade:

$$p_1\, x_1 + p_2\, x_2 = p_1\, x_1 + p_2\, 2x_1 = (p_1 + 2p_2)x_1 = m$$

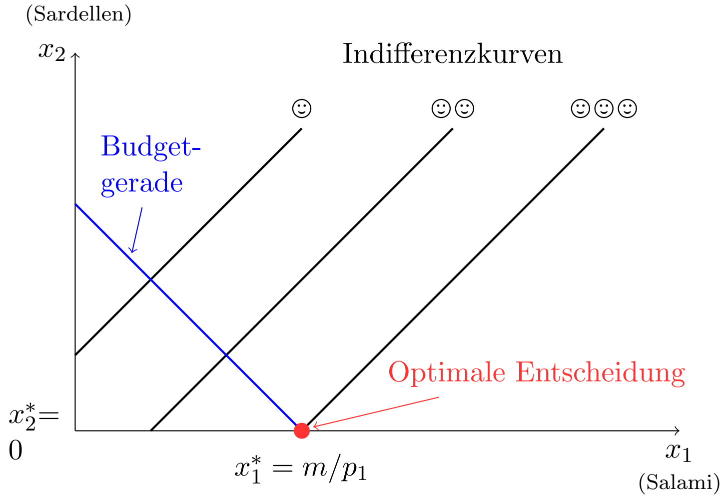
Auflösen nach x_1

$$x_1 = \frac{m}{p_1 + 2p_2} \quad \Rightarrow \quad x_2 = 2x_1 = \frac{2\, m}{p_1 + 2p_2}$$

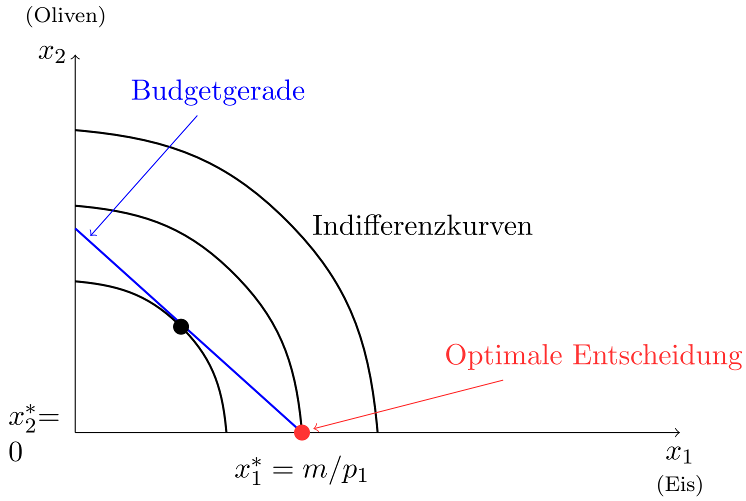
Neutrale Güter



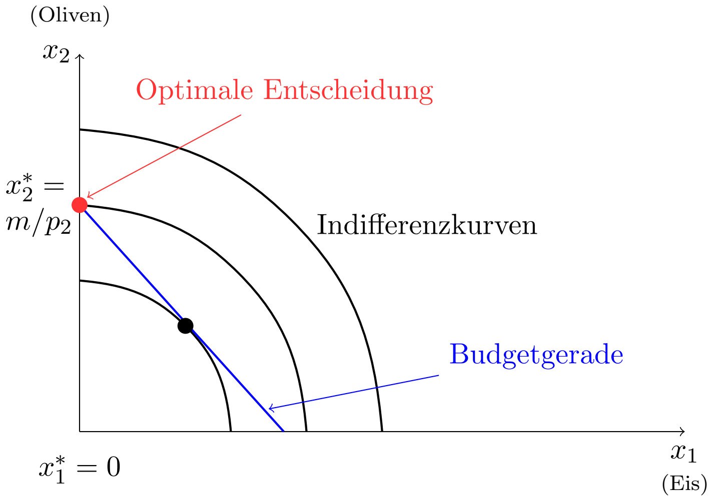
„Schlechte" Güter



Konkave Präferenzen



Konkave Präferenzen



Konkave Präferenzen

Nachfragefunktion für Gut 1:

$$x_1 = \begin{cases} m/p_1 & \text{wenn } u(m/p_1, 0) > u(0, m/p_2) \\ m/p_1 \text{ oder } 0 & \text{wenn } u(m/p_1, 0) = u(0, m/p_2) \\ 0 & \text{wenn } u(m/p_1, 0) < u(0, m/p_2) \end{cases}$$

Nachfragefunktion für Gut 2:

$$x_2 = \begin{cases} 0 & \text{wenn } u(m/p_1, 0) > u(0, m/p_2) \\ m/p_2 \text{ oder } 0 & \text{wenn } u(m/p_1, 0) = u(0, m/p_2) \\ m/p_2 & \text{wenn } u(m/p_1, 0) < u(0, m/p_2) \end{cases}$$

Zu beachten bei $u(m/p_1, 0) = u(0, m/p_2)$:

$$\begin{aligned} x_1 = m/p_1 &\quad \Rightarrow x_2 = 0 \\ x_1 = 0 &\quad \Rightarrow x_2 = m/p_2 \end{aligned}$$

Cobb-Douglas Präferenzen

Nutzenfunktion:

$$u(x_1, x_2) = x_1^c \, x_2^d \tag{16}$$

Lagrangefunktion:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = x_1^c \, x_2^d - \lambda(p_1 \, x_1 + p_2 \, x_2 - m) \tag{17}$$

Optimalbedingungen:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = c\, x_1^{c-1}\, x_2^d - \lambda\, p_1 \stackrel{!}{=} 0 \tag{18}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = d\, x_1^c\, x_2^{d-1} - \lambda\, p_2 \stackrel{!}{=} 0 \tag{19}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = p_1\, x_1 + p_2\, x_2 - m \stackrel{!}{=} 0 \tag{20}$$

Cobb-Douglas Präferenzen

Umstellen von (18) und (19) und Division durcheinander:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{c\, x_1^{c-1}\, x_2^d}{d\, x_1^c\, x_2^{d-1}} = \frac{c\, x_2}{d\, x_1} \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{d\, x_1\, p_1}{c\, p_2} \tag{21}$$

Einsetzen in (20):

$$m = p_1\, x_1 + p_2 \frac{d\, x_1\, p_1}{c\, p_2} = x_1 p_1 \left(1 + \frac{d}{c}\right) = x_1 p_1 \frac{c+d}{c} \tag{22}$$

Auflösen nach x_1:

$$x_1 = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1} \tag{23}$$

Einsetzen von (23) in (21)

$$x_2 = \frac{d\, p_1}{c\, p_2} \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1} = \frac{d}{c+d} \frac{m}{p_2} \tag{24}$$

Cobb-Douglas Nachfrage

Nachfragefunktionen:

$$x_1 = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{x_1\, p_1}{m} = \frac{c}{c+d} = a$$

$$x_2 = \frac{d}{c+d} \frac{m}{p_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{x_2\, p_2}{m} = \frac{d}{c+d} = 1 - a$$

mit

$$a = \frac{c}{c+d}$$

$\Longrightarrow$ Ausgabenanteile hängen <u>nicht</u> von Preisen und Einkommen ab!

Cobb-Douglas Präferenzen (logarithmiert)

Nutzenfunktion:

$$u(x_1, x_2) = x_1^c\, x_2^d$$

Positive monotone Transformation:

$$v(x_1, x_2) = \ln u(x_1, x_2) = c \ln x_1 + d \ln x_2$$

Diese Transformation ist möglich, da im Normalfall $x_1 > 0$, $x_2 > 0$ und somit auch $u(x_1, x_2) > 0$.

Lagrange-Funktion

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = c \ln x_1 + d \ln x_2 - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m)$$

(Ableitungen und Umformungen: siehe Varian 1999)

6.4. Ökonometrische Schätzung

Ökonometrische Schätzung von Präferenzen

bisher

- Präferenzen / Nutzenfunktion ⇒ Nachfragefunktionen

Realität

- Präferenzen / Nutzen nicht direkt beobachtbar
- Nachfrageverhalten ist beobachtbar
- Nachfrageverhalten ⇒ Präferenzen / Nutzenfunktion

Schätzung von Cobb-Douglas Präferenzen

Jahr	p_1	p_2	m	x_1	x_2	s_1	s_2	u
1	1	1	100	25	75	0.25	0.75	57
2	1	2	100	24	38	0.24	0.75	34
3	2	1	100	13	74	0.26	0.74	48
4	1	2	200	48	76	0.24	0.76	68
5	2	1	200	25	150	0.25	0.75	96
6	1	4	400	100	75	0.25	0.75	81
7	4	1	400	24	304	0.24	0.76	161

$$u(x_1, x_2) = x_1^{0.25}\, x_2^{0.75}$$

Politiksimulation mit Cobb-Douglas Präferenzen

Nutzenfunktion

$$u(x_1, x_2) = x_1^{0.25}\, x_2^{0.75}$$

Welche Folgen hätte eine Politik, bei der $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $m = 200$?

$$x_1 = 0.25 \, \frac{200}{2} = 25$$

$$x_2 = 0.75 \, \frac{200}{3} = 50$$

$$u(25, 50) = 25^{0.25}\, 50^{0.75} \approx 42$$

6.5. Steuern

Entscheidung über Steuern

siehe Varian (1999, 2001), Kap. 5.6

7. Nachfrage

Nachfrage

Budgetbeschränkung
$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m$

Präferenzen $u(x_1, x_2)$

optimale Entscheidung $\max_{x_1,x_2} u(x_1, x_2)$, s.t.
$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m$

optimale Nachfragemengen $x_1 = x_1(p_1, p_2, m)$
$x_2 = x_2(p_1, p_2, m)$

7.1. Komparative Statik

Komparative Statik

Änderung der Nachfrage aufgrund von

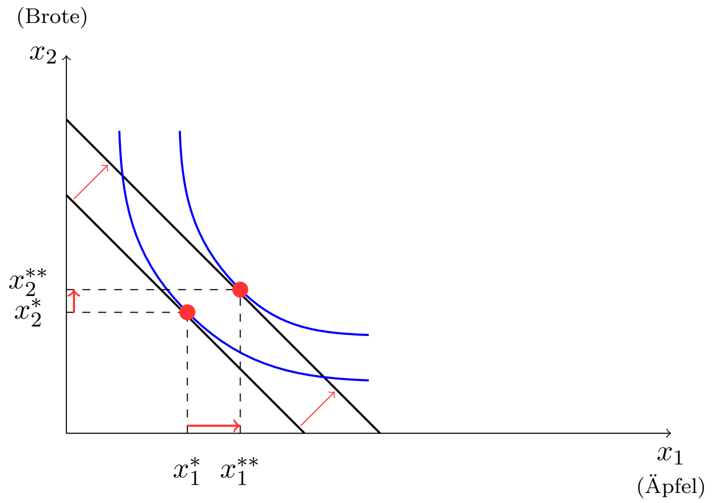
- Einkommensänderungen
- Preisänderungen

Komparative Statik

- Vergleich von zwei Zuständen (vor und nach einer Veränderung)
- nur Gleichgewichtsentscheidungen (nicht Anpassungsprozess)

7.2. Einfluss des Einkommens

Einfluss des Einkommens



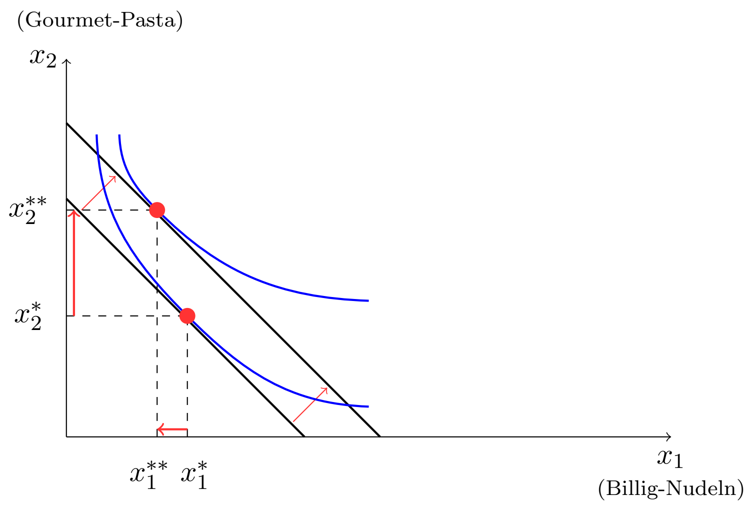
Normale Güter

- Einkommen steigt → nachgefragte Menge steigt
- Einkommen sinkt → nachgefragte Menge sinkt

$$\frac{\Delta x_i}{\Delta m} > 0$$

- Muss das so sein?
- Gibt es auch „unnormale" Güter?

Inferiore Güter



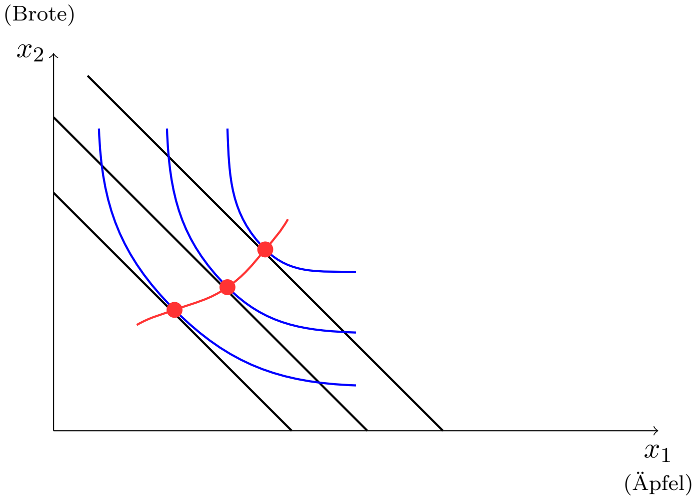
Inferiore Güter

- Einkommen steigt → nachgefragte Menge sinkt
- Einkommen sinkt → nachgefragte Menge steigt

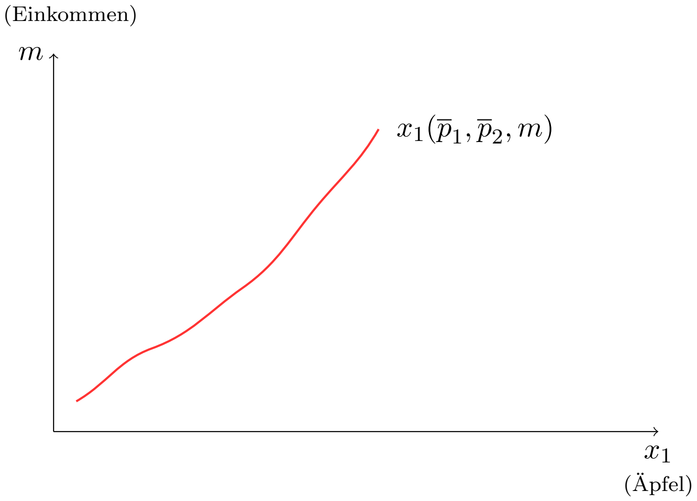
$$\frac{\Delta x_i}{\Delta m} < 0$$

- Beispiele: Güter von niedriger Qualität
- abhängig von Einkommenshöhe

Einkommens-Konsum-Kurve



Engel-Kurve



Einkommenselastizität

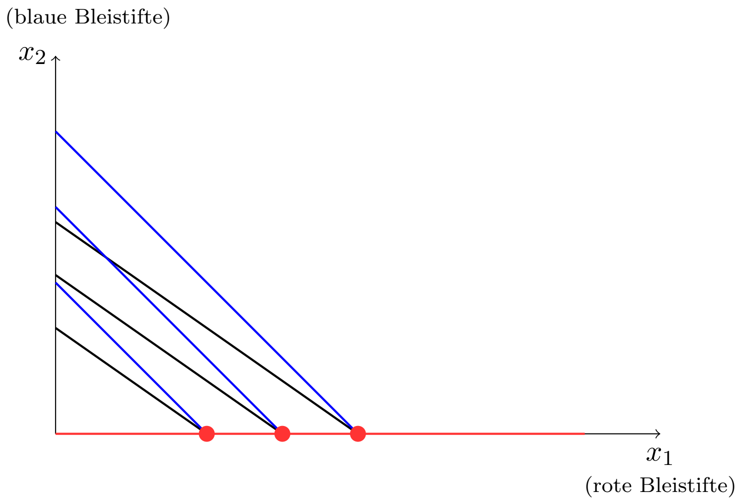
Quantifizierung des Einflusses von m auf x_i

- Steigung der (inversen) Engel-Kurve
  - $\dfrac{\Delta x_i}{\Delta m}$ bzw. $\dfrac{\partial x_i}{\partial m}$
  - hängt von gewählten Einheiten ab (z.B. x_i in Pfund, kg oder g; m in \$, £ oder €)

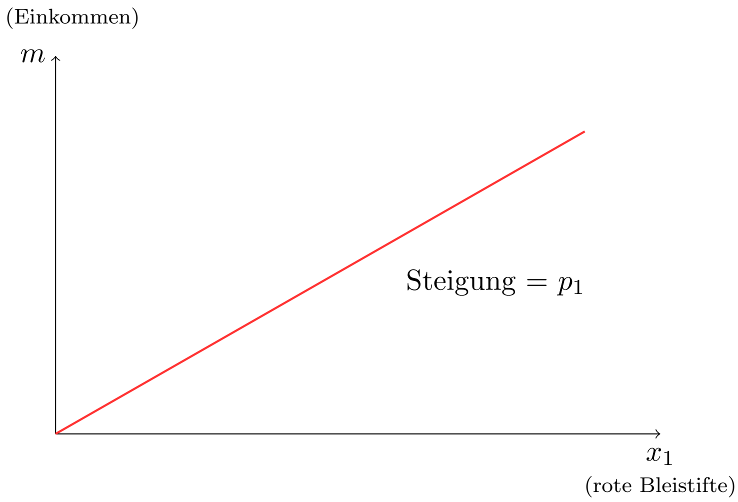
- Einkommenselastizität
  - $\eta_i = \frac{\Delta x_i / x_i}{\Delta m / m} = \frac{\Delta x_i}{\Delta m} \frac{m}{x_i}$ bzw. $\eta_i = \frac{\partial x_i / x_i}{\partial m / m} = \frac{\partial x_i}{\partial m} \frac{m}{x_i}$
  - unabhängig von gewählten Einheiten

7.3. Beispiele

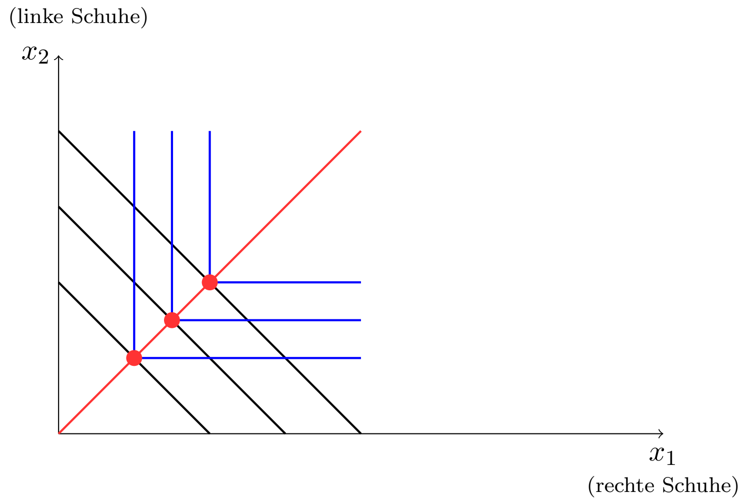
Perfekte Substitute, $p_1 < p_2$



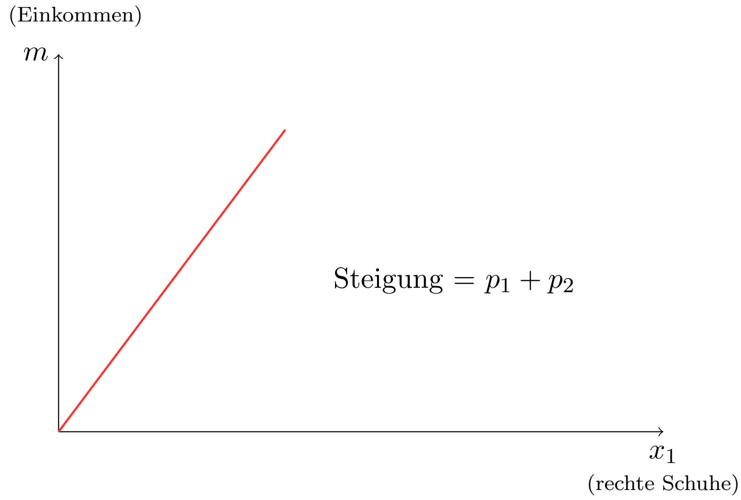
Perfekte Substitute, $p_1 < p_2$: Engel-Kurve



Perfekte Komplemente



Perfekte Komplemente: Engel-Kurve



Cobb-Douglas Präferenzen

Nutzenfunktion

$$u(x_1, x_2) = x_1^a \, x_2^{1-a}$$

Nachfrage nach Gut 1

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{a\, m}{p_1} = \frac{a}{p_1} m \qquad (25)$$

$\Rightarrow$ lineare Engel-Kurve mit Steigung: a/p_1 bzw. p_1/a

Nachfrage nach Gut 2

$$x_2(p_1, p_2, m) = \frac{(1-a)\, m}{p_2} = \frac{1-a}{p_2} m \qquad (26)$$

$\Rightarrow$ lineare Engel-Kurve mit Steigung: $(1-a)/p_2$ bzw. $p_2/(1-a)$

Homothetische Präferenzen

- Engel-Kurven: linear & durch Ursprung
- Nachfrage steigt proportional zum Einkommen, d.h. Einkommenselastizität $\eta_i = \frac{\partial x_i}{\partial m}\frac{m}{x_i} = 1$
- konstante Ausgabenanteile
- Präferenzen hängen nur vom Verhältnis der Gütermengen ab ($t > 0$): $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2) \Rightarrow (t\,x_1, t\,x_2) \succ (t\,y_1, t\,y_2)$
- praktisch, aber unrealistisch

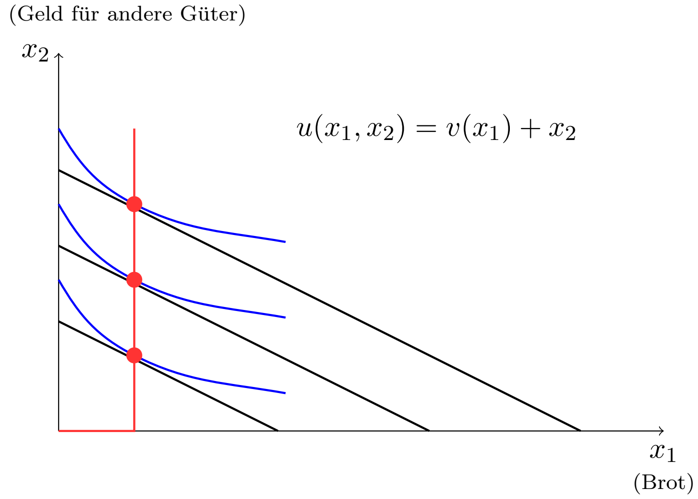
Nicht-Homothetische Präferenzen
Luxusgüter

- Nachfrage steigt überproportional zum Einkommen, d.h. Einkommenselastizität $\eta_i = \frac{\partial x_i}{\partial m}\frac{m}{x_i} > 1$
- Ausgabenanteile steigen mit steigendem Einkommen

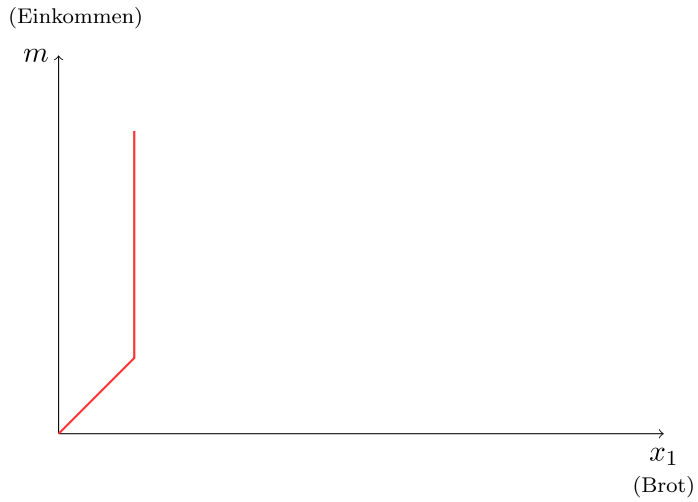
notwendige Güter

- Nachfrage steigt unterproportional zum Einkommen, d.h. Einkommenselastizität $\eta_i = \frac{\partial x_i}{\partial m}\frac{m}{x_i} < 1$
- Ausgabenanteile sinken mit steigendem Einkommen

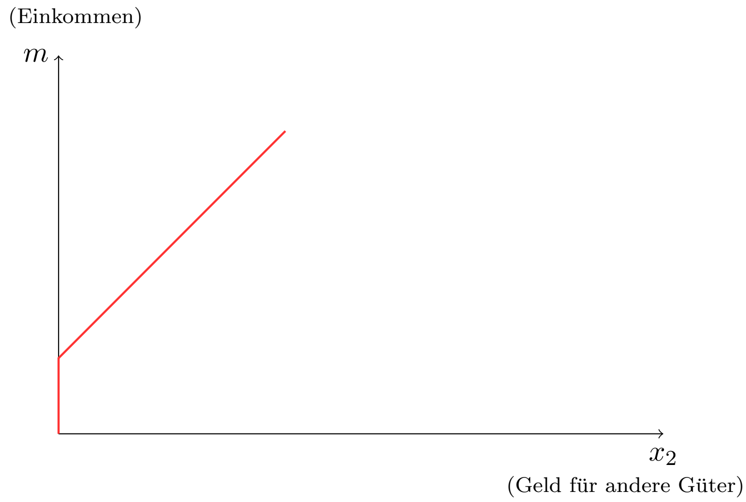
Quasilineare Präferenzen



Quasilineare Präferenzen: Engel-Kurve für Gut 1



Quasilineare Präferenzen: Engel-Kurve für Gut 2



Beispiel für Quasilineare Präferenzen

Nutzenfunktion

$$u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$$

Lagrange-Funktion

$$\mathcal{L} = \ln x_1 + x_2 - \lambda(p_1\, x_1 + p_2\, x_2 - m)$$

Bedingungen erster Ordnung

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{1}{x_1} - \lambda p_1 \overset{!}{=} 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = 1 - \lambda p_2 \overset{!}{=} 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = p_1\, x_1 + p_2\, x_2 - m \overset{!}{=} 0$$

Beispiel für Quasilineare Präferenzen (II)

Nachfrage nach Gut 1

$$\lambda p_1 = \frac{1}{x_1} \qquad \lambda p_2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{x_1} \qquad \Rightarrow x_1 = \frac{p_2}{p_1}$$

Nachfrage nach Gut 2

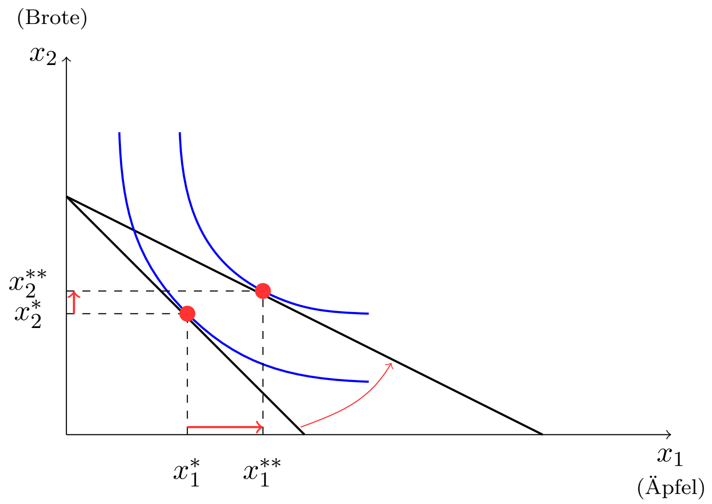
$$m = p_1\, x_1 + p_2\, x_2 = p_1 \frac{p_2}{p_1} + p_2\, x_2 = p_2 + p_2\, x_2$$

$$p_2\, x_2 = m - p_2$$

$$x_2 = \frac{m - p_2}{p_2} = \frac{m}{p_2} - 1$$

7.4. Einfluss der Preise

Einfluss der Preise



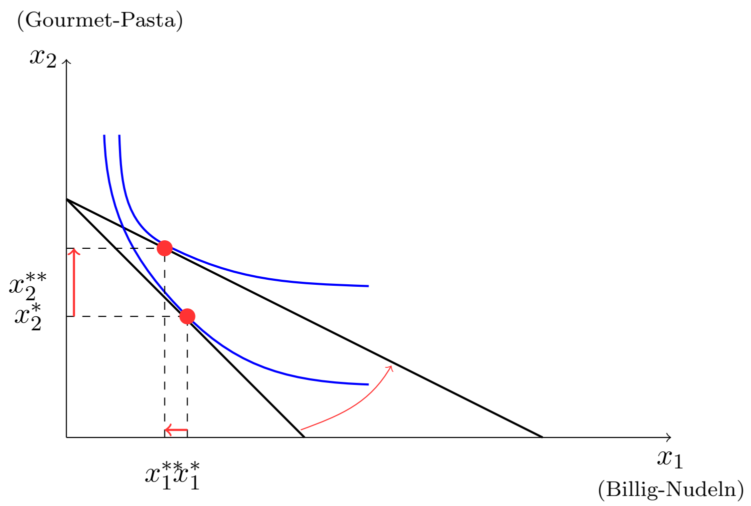
Gewöhnliche Güter

- Preis sinkt → nachgefragte Menge dieses Gutes steigt
- Preis steigt → nachgefragte Menge dieses Gutes sinkt

$$\frac{\Delta x_i}{\Delta p_i} < 0$$

- Muss das so sein?
- Gibt es auch „ungewöhnliche“ Güter?

Giffen-Güter



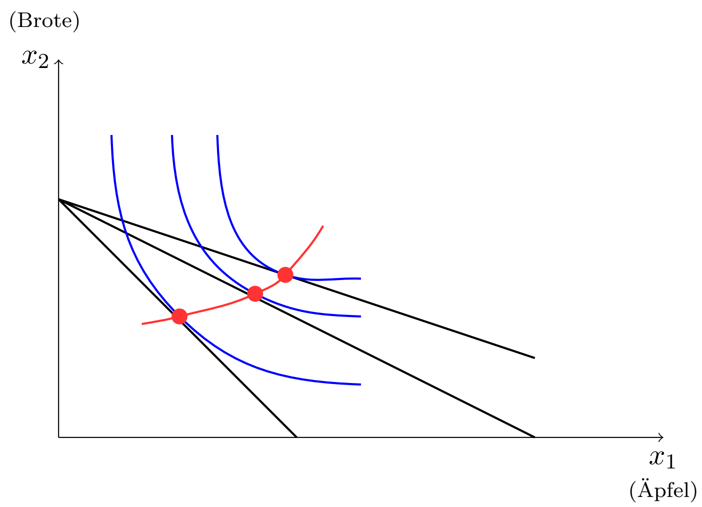
Giffen-Güter

- Preis sinkt → nachgefragte Menge dieses Gutes sinkt
- Preis steigt → nachgefragte Menge dieses Gutes steigt

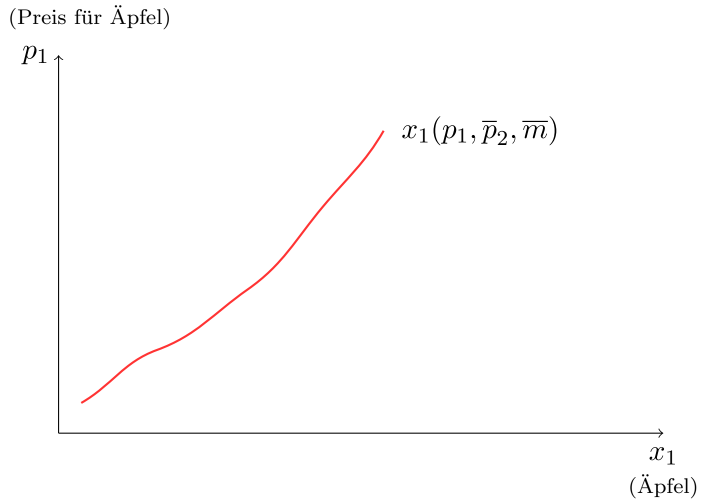
$$\frac{\Delta x_i}{\Delta p_i} > 0$$

- in der Realität sehr selten
- Voraussetzung: inferiores Gut

Preis-Konsum-Kurve



Nachfragekurve



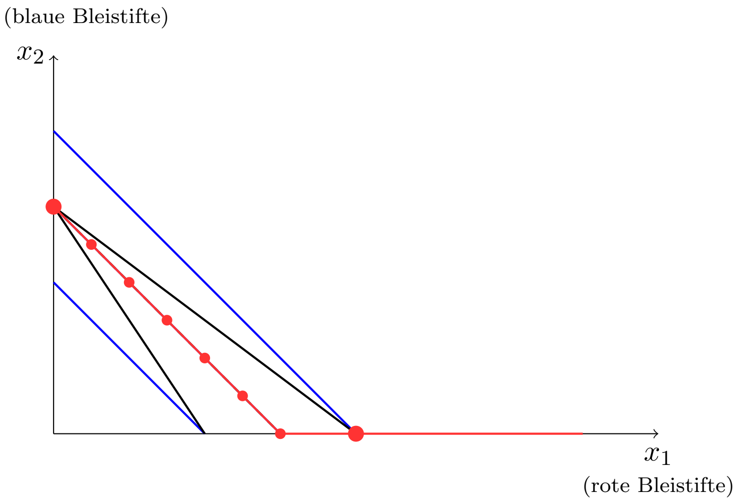
Preiselastizität

Quantifizierung des Einflusses von p_j auf x_i

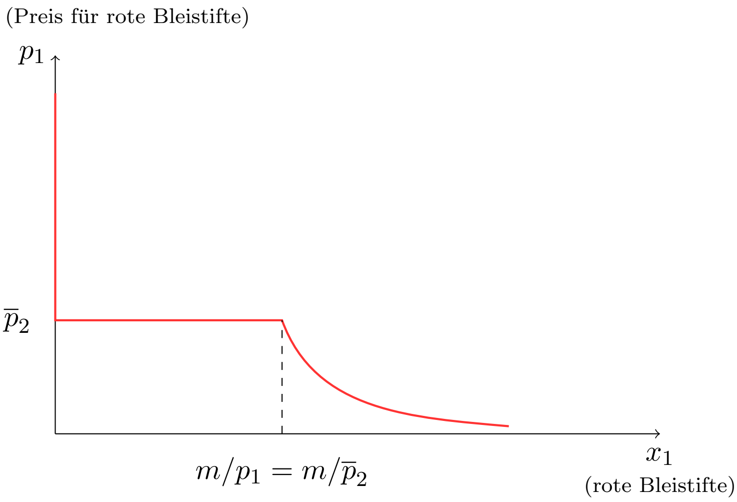
- Steigung der Nachfragekurve
  - $\frac{\Delta x_i}{\Delta p_j}$ bzw. $\frac{\partial x_i}{\partial p_j}$
  - hängt von gewählten Einheiten ab (z.B. x_i in Pfund, kg oder g; p_j in $/Pfund oder €/kg)
- Preiselastizität
  - $\epsilon_{ij} = \frac{\Delta x_i / x_i}{\Delta p_j / p_j} = \frac{\Delta x_i}{\Delta p_j} \frac{p_j}{x_i}$ bzw. $\epsilon_{ij} = \frac{\partial x_i / x_i}{\partial p_j / p_j} = \frac{\partial x_i}{\partial p_j} \frac{p_j}{x_i}$
  - unabhängig von gewählten Einheiten

7.5. Beispiele

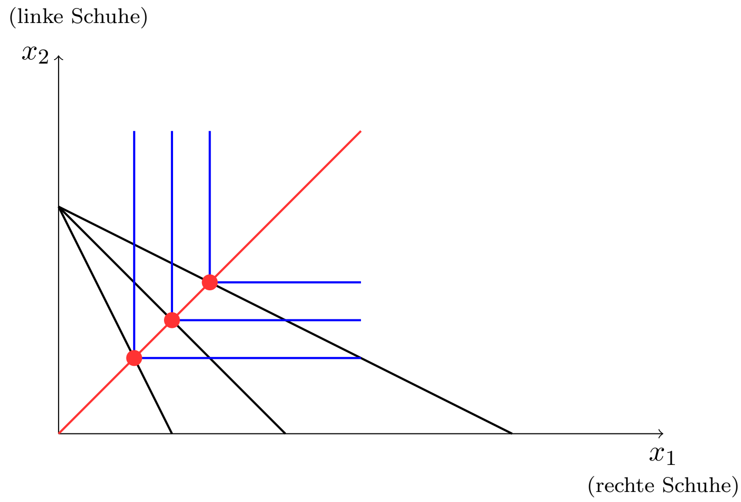
Perfekte Substitute



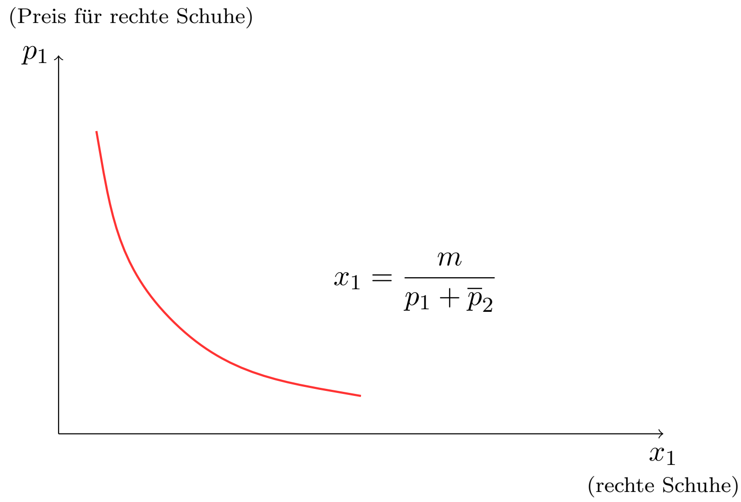
Perfekte Substitute: Nachfragekurve



Perfekte Komplemente



Perfekte Komplemente: Nachfragekurve



7.6. Substitute und Komplemente

Substitute und Komplemente

- Substitute
$$\frac{\Delta x_i}{\Delta p_j} > 0 \text{ bzw. } \epsilon_{ij} > 0$$
- Komplemente
$$\frac{\Delta x_i}{\Delta p_j} < 0 \text{ bzw. } \epsilon_{ij} < 0$$
- mögliches Problem: Gut i ist Substitut von Gut j, aber Gut j ist Komplement von Gut i
$\Rightarrow$ Brutto-Substitute und Brutto-Komplemente

7.7. Inverse Nachfragefunktion

Inverse Nachfragefunktion

- (direkte) Nachfragefunktion: Nachfragemenge = Funktion des Preises, $x_1(p_1)$
- inverse Nachfragefunktion: Preis = Funktion der Nachfragemenge, $p_1(x_1)$
- Bsp: Cobb-Douglas Präferenzen: $x_1 = a\, m/p_1 \Rightarrow p_1 = a\, m/x_1$
- Optimum: $|\mathrm{MRS}| = p_1/p_2 \Rightarrow p_1 = p_2|\mathrm{MRS}|$
- Gut 2 = Geld für anderen Konsum ($p_2 = 1$) $\Rightarrow |\mathrm{MRS}|$ = marginale Zahlungsbereitschaft

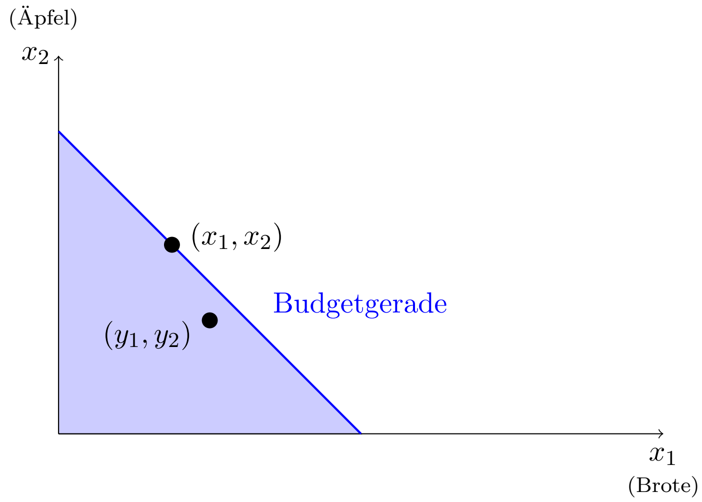
8. Bekundete Präferenzen

Bekundete Präferenzen

- Bisher: Budget + Präferenzen $\longrightarrow$ Nachfrage
- aber: Präferenzen nicht direkt beobachtbar!
- Jetzt: Nachfrage + Budget $\longrightarrow$ Präferenzen
- Nachfragemengen, Preise + Einkommen sind beobachtbar!
- Voraussetzung für Verhalten $\longrightarrow$ Präferenzen: Präferenzen bleiben während Beobachtung unverändert
- Vereinfachung: streng konvexe Präferenzen

8.1. Begriff

Bekundete Präferenzen



8.2. Ermittlung der Präferenzen

Direkt bekundete Präferenzen

- Güterbündel (x_1, x_2) wird gekauft
$$p_1\,x_1 + p_2\,x_2 = m$$
- Güterbündel (y_1, y_2) ist erschwinglich
$$p_1\,y_1 + p_2\,y_2 \leq m$$
- Gleichungen zusammenführen
$$p_1\,x_1 + p_2\,x_2 \geq p_1\,y_1 + p_2\,y_2$$
- Wenn Gleichung erfüllt und $(x_1, x_2) \neq (y_1, y_2)$: (x_1, x_2) wird gegenüber (y_1, y_2)
  - **direkt als bevorzugt bekundet**
  - gewählt
- bekundete Präferenz = Beziehung zwischen tatsächlich gekauftem Bündel und Bündeln, die hätten nachgefragt werden können

Bekundete Präferenz → Präferenz

- bekundete Präferenz: keine Verhaltensannahme
- Verhaltensannahme: Konsument wählt immer das beste Bündel, das er sich leisten kann
- bekundete Präferenz $(p_1\,x_1 + p_2\,x_2 \geq p_1\,y_1 + p_2\,y_2) \Rightarrow$ Präferenz $((x_1, x_2) \succ (y_1, y_2))$
- Wenn X gegenüber Y bevorzugt bekundet wird, dann wird X gegenüber Y bevorzugt
- Wenn X gewählt wurde, während auch Y erschwinglich war, dann wird X gegenüber Y bevorzugt

Indirekt bekundete Präferenzen

Ausgangssituation mit Preisen (p_1, p_2)

- Konsument wählt (x_1, x_2), während auch (y_1, y_2) erschwinglich ist
- $p_1\,x_1 + p_2\,x_2 \geq p_1\,y_1 + p_2\,y_2$
- $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$

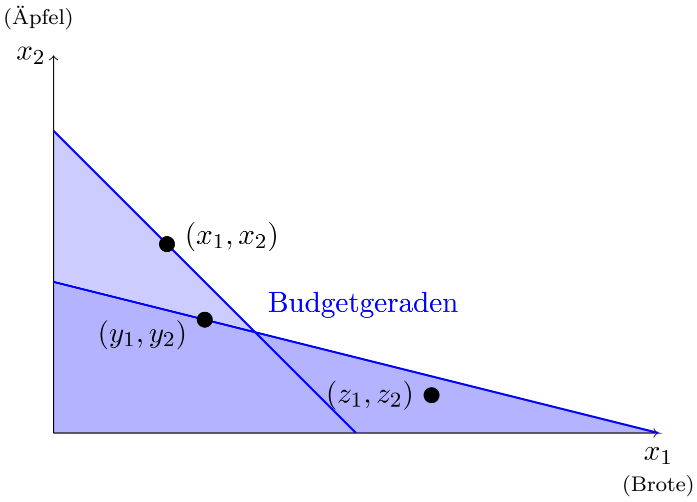
Andere Situation mit anderen Preisen (q_1, q_2)

- Konsument wählt (y_1, y_2), während auch (z_1, z_2) erschwinglich ist
- $q_1\,y_1 + q_2\,y_2 \geq q_1\,z_1 + q_2\,z_2$
- $(y_1, y_2) \succ (z_1, z_2)$

Transitivität

- $(x_1, x_2) \succ (z_1, z_2)$
- (x_1, x_2) wird gegenüber (z_1, z_2) **indirekt** als bevorzugt bekundet

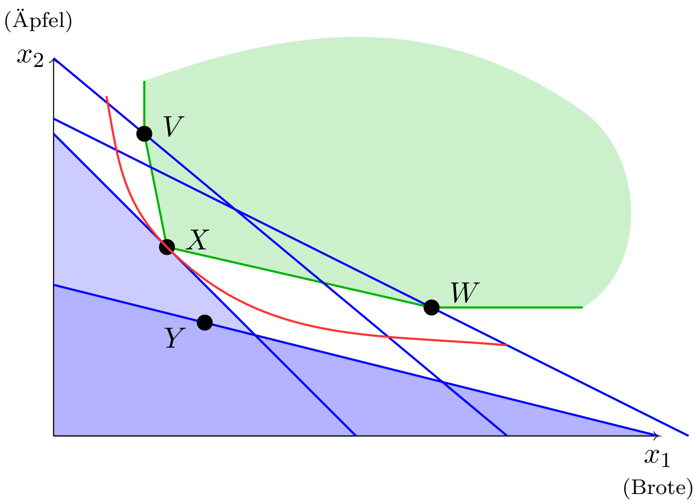
Indirekt bekundete Präferenzen



Indirekt bekundete Präferenzen

- Kette der beobachteten Präferenzen kann unbegrenzt lang sein
- Beispiel: A gegenüber B direkt als bevorzugt bekundet, B gegenüber C, C gegenüber D, ..., L gegenüber M $\Rightarrow$ A gegenüber M indirekt als bevorzugt bekundet
- ... direkt oder indirekt als bevorzugt bekundet $\Rightarrow$ ... als bevorzugt bekundet
- Je mehr verschiedene gewählte Nachfragebündel bei jeweils verschiedenen Preisen und Einkommenshöhen $\Rightarrow$ desto mehr Informationen über Präferenzen

Wiedergewinnung von Präferenzen

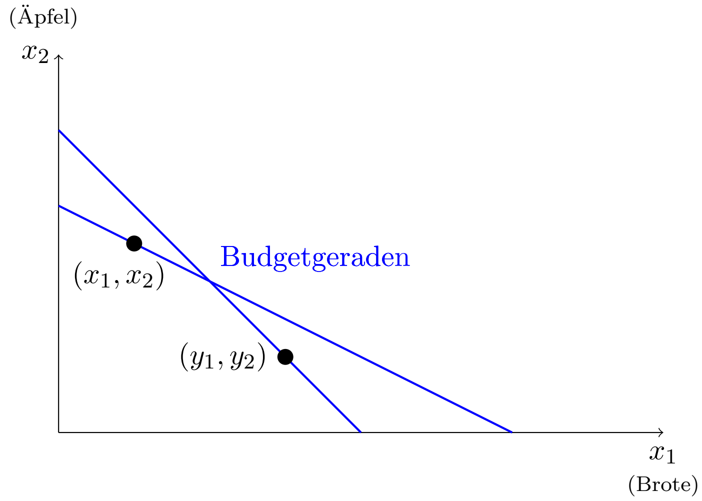


8.3. Schwaches Axiom der bekundeten Präferenzen

Voraussetzungen zur Ermittlung von Präferenzen

- Annahmen über Konsumenten:
  - hat normale Präferenzen
  - wählt immer das beste Güterbündel, das er sich leisten kann
- Falls Annahmen nicht erfüllt $\Rightarrow$ Ermittlung der Indifferenzkurve bedeutungslos
- Woran kann man erkennen, dass der Konsument unserem Maximierungsmodell folgt?
- Was würden wir beobachten, wenn der Konsument dies nicht tut?

Prüfung auf maximierendes Verhalten



Schwaches Axiom der bekundeten Präferenzen

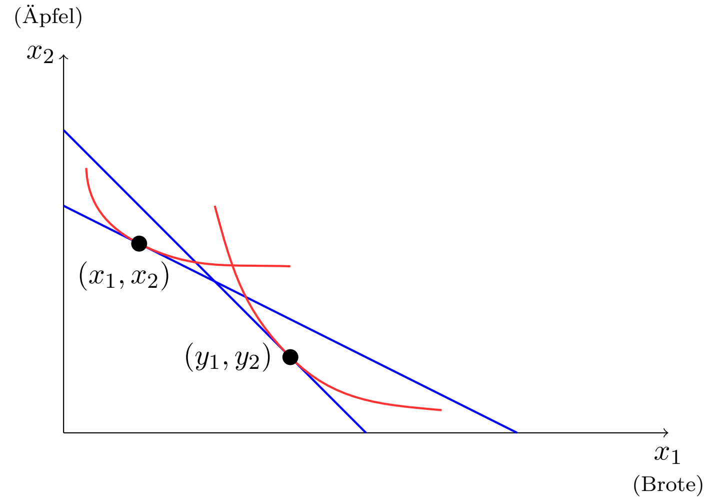
WARP = „Weak axiom of revealed preferences“

- Wenn (x_1, x_2) gegenüber (y_1, y_2) direkt als bevorzugt bekundet wird
- und die zwei Bündel nicht identisch sind,
- dann kann nicht gleichzeitig (y_1, y_2) gegenüber (x_1, x_2) direkt als bevorzugt bekundet werden.

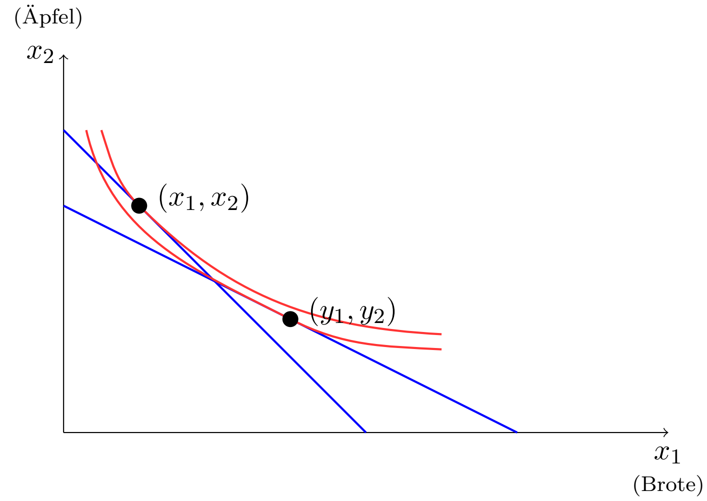
Dies bedeutet:

- Wenn ein Bündel (x_1, x_2) bei Preisen (p_1, p_2) und ein anderes Bündel (y_1, y_2) bei Preisen (q_1, q_2) gewählt wird
- und $p_1\, x_1 + p_2\, x_2 \geq p_1\, y_1 + p_2\, y_2$
- dann darf nicht gleichzeitig $q_1\, y_1 + q_2\, y_2 \geq q_1\, x_1 + q_2\, x_2$ gelten.

Schwaches Axiom der bekundeten Präferenzen



Schwaches Axiom der bekundeten Präferenzen



8.4. Überprüfung des WARP

Überprüfung des WARP

Beobachtete Preise und Konsummengen

Beobachtung	p_1	p_2	x_1	x_2
1	1	2	1	2
2	2	1	2	1
3	1	1	2	2

tatsächliche und hypothetische Ausgaben

		Bündel			
		X_a (1,2)	X_b (2,1)	X_c (2,2)	
	(1,2)	5	**4**	6	$X_a \succ X_b$
Preise	(2,1)	**4**	5	6	$X_b \succ X_a$
	(1,1)	**3**	**3**	4	$X_c \succ X_a$, $X_c \succ X_b$

8.5. Starkes Axiom der bekundeten Präferenzen

Starkes Axiom der bekundeten Präferenzen

SARP = „Strong axiom of revealed preferences"

- Wenn (x_1, x_2) gegenüber (y_1, y_2) direkt oder indirekt als bevorzugt bekundet wird
- und die zwei Bündel nicht identisch sind,
- dann kann (y_1, y_2) gegenüber (x_1, x_2) weder direkt noch indirekt als bevorzugt bekundet werden.

Dies bedeutet:

- Wenn X gegenüber Y als bevorzugt bekundet wird
- und Y gegenüber Z als bevorzugt bekundet wird,
- dann kann Z nicht gegenüber X als bevorzugt bekundet werden.

Bedingungen für maximierendes Verhalten

Schwaches Axiom bekundeter Präferenzen (WARP)

- notwendige Bedingung für maximierendes Verhalten

Starkes Axiom bekundeter Präferenzen (SARP)

- notwendige und hinreichende Bedingung für maximierendes Verhalten
- bezieht sich auf alle Beschränkungen unseres ökonomischen Modells
- Es lassen sich immer normale Präferenzen finden, die die beobachteten Entscheidungen hervorgebracht haben könnten

Starkes Axiom der bekundeten Präferenzen

SARP erfüllt $\overset{?}{\Rightarrow}$ konstruierte Präferenzen haben beobachtete Entscheidungen hervorgebracht

- Nein, es gibt keinen Beweis, dass ein Modell richtig ist
- nur Überprüfung: Widerspruch zwischen wissenschaftlicher Aussage und beobachtetem Verhalten
- Folgerungen aus Modell herleiten und anhand des beobachteten Verhaltens überprüfen
- Hempel-Oppenheim-Schema

8.6. Überprüfung des SARP

Überprüfung des SARP

tatsächliche und hypothetische Ausgaben

	Beob-achtung	Bündel X_a	X_b	X_c	
	1	20	**10**	**22**	$X_a \succ X_b$, $X_a \succ X_c$
Preise	2	21	20	**15**	$X_b \succ X_c$
	3	12 / **8**	15	10	— bzw. $X_c \succ X_a$

Beobachtungskette: $X_a \succ X_b \succ X_c$ ($\succ X_a$)

8.7. Indexzahlen

Indexzahlen

- Mengenindizes
- Preisindizes
- Umsatzindex

siehe Varian (1999), Kapitel 7.8

9. Slutsky-Gleichung

Slutsky-Gleichung

- Volkswirtschaftlehre: Änderungen des Kosumentenverhaltens auf Grund von Veränderungen des ökonomischen Umfeldes
- Bsp: Änderung der Nachfrage nach einem Gut durch Preisänderung von diesem Gut
- Normalerweise: Preis$\downarrow$ $\longrightarrow$ Nachfragemenge$\uparrow$
- Giffen-Gut: Preis$\downarrow$ $\longrightarrow$ Nachfragemenge$\downarrow$

9.1. Zerlegung

Substitutions- und Einkommenseffekt

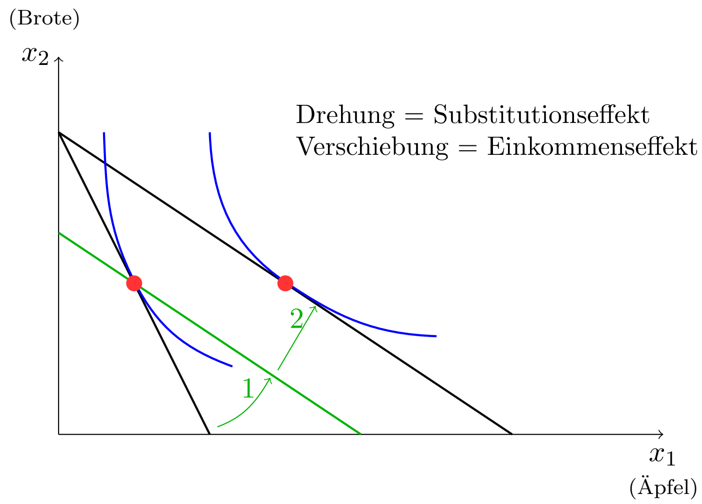
Preisänderung hat 2 Effekte:

- Austauschverhältnis zwischen den Gütern
- Kaufkraft des Einkommens

Zerlegung der Preisänderung in 2 Schritte:

1. Substitutionseffekt: **relative** Preisänderung (Geldeinkommen wird angepasst, sodass Kaufkraft konstant bleibt)
2. Einkommenseffekt: Änderung der Kaufkraft (Kaufkraft wird angepasst, während relative Preise konstant bleiben)

Zerlegung des Preiseffekts



9.2. Substitutionseffekt

Substitutionseffekt

Ausgangssituation

- Preise: $(p_1, p_2) \Rightarrow$ Steigung der Budgetgerade: $-p_1/p_2$
- Einkommen: $m \Rightarrow$ Ordinatenabschnitt: m/p_2
- optimales Konsumbündel: (x_1, x_2)

neue Situation

- Preis von Gut 1 ändert sich: p_1'
- Preis von Gut 2 und Einkommen unverändert: p_2, m

gedrehte Budgetgerade

- Drehpunkt: $(x_1, x_2) \Rightarrow$ ursprüngliches Bündel erschwinglich
- Steigung: $-p_1'/p_2$
- hypothetisches Einkommen: $m' = m + (p_1' - p_1)x_1$ bzw. $\Delta m = x_1 \, \Delta p_1$

Beispiel

Konsument

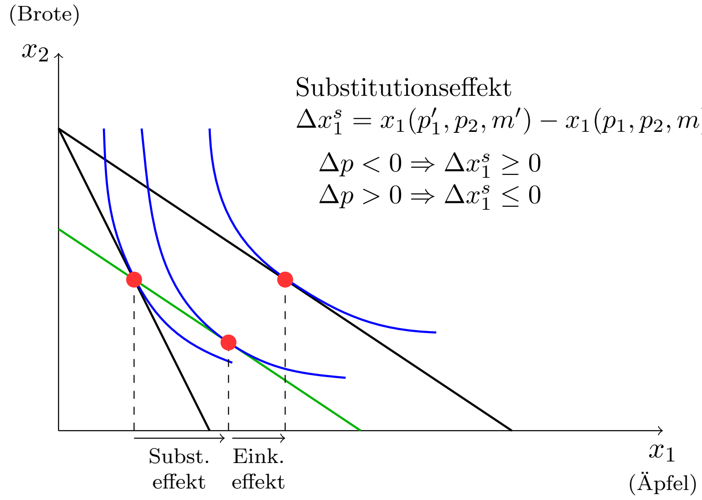
- ursprünglicher Konsum: $x_1 = 20$
- ursprünglicher Preis: $p_1 = 0{,}50$ €
- neuer Preis: $p_1' = 0{,}60$ €

- hypothetische Einkommensänderung, damit die Kaufkraft erhalten bleibt:

$$\Delta m = x_1 \, \Delta p_1 = 2{,}00\,€$$

- Konsument bräuchte 2,00 € mehr, um altes Konsumbündel (x_1, x_2) konsumieren zu können

Zerlegung des Preiseffekts



Beispiel: Berechnung des Substitutionseffektes

Konsument

- Nachfragefunktion: $x_1(p_1, m) = 10 + m/(10\,p_1)$
- ursprüngliches Einkommen: $m = 120\,€$
- ursprünglicher Preis: $p_1 = 3\,€$ / Packung
- neuer Preis: $p_1' = 2\,€$ / Packung
- Substitutionseffekt:

$$\begin{aligned}\Delta x_1^s &= x_1(p_1', m') - x_1(p_1, m)\\ &= x_1(2, 106) - x_1(3, 120)\\ &= 15{,}3 - 14 = 1{,}3\end{aligned}$$

9.3. Einkommenseffekt

Einkommenseffekt

- zweite Stufe eines Preiseffekts
- Veränderung des Einkommens von m' auf m
- Preise bleiben konstant bei (p_1', p_2)

- $\Delta x_1^n = x_1(p_1', p_2, m) - x_1(p_1', p_2, m')$

Richtung bzw. Vorzeichen des Einkommenseffektes:

- Preissenkung ($p_1' < p_1$): $m' \leq m$ bzw. $m \geq m'$
  - $\Delta x_1^n > 0$ für normale Güter
  - $\Delta x_1^n < 0$ für inferiore Güter
- Preiserhöhung ($p_1' > p_1$): $m' \geq m$ bzw. $m \leq m'$
  - $\Delta x_1^n < 0$ für normale Güter
  - $\Delta x_1^n > 0$ für inferiore Güter

Beispiel: Berechnung des Einkommenseffektes

- vorangegangenes Beispiel: Konsument mit Nachfragefunktion: $x_1(p_1, m) = 10 + m/(10\, p_1)$
- neue Konsummenge: $x_1(p_1', m) = 16$ Packungen
- hypothetische Konsummenge bei neuem Preis und kraufkraftbereinigtem Einkommen: $x_1(p_1', m') = 15{,}3$ Packungen
- Einkommenseffekt: 0,7 Packungen
- Einkommenseffekt ist positiv, denn
  - Preissenkung: $m > m'$
  - Milch ist ein normales Gut

9.4. Gesamte Nachfrageänderung

Gesamte Nachfrageänderung

- Gesamte Nachfrageänderung
$$\Delta x_1 = x_1(p_1', m) - x_1(p_1, m)$$
- Zerlegung in Substitutions- und Einkommenseffekt
$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n$$
- Einsetzen
$$\begin{aligned}\Delta x_1 &= \big[x_1(p_1', m') - x_1(p_1, m)\big] + \big[x_1(p_1', m) - x_1(p_1', m')\big] \\ &= x_1(p_1', m) - x_1(p_1, m)\end{aligned}$$
- Beide Seiten sind identisch: „Slutsky-Identität“
- Eugen Slutsky (1880–1948), russischer Ökonom

Vorzeichen der Nachfrageänderung

Nachfrageänderungen bei Preissteigerungen

- normales Gut

$$\begin{array}{ccc} \Delta x_1 = & \Delta x_1^s + & \Delta x_1^n \\ (-) & (-) & (-) \end{array}$$

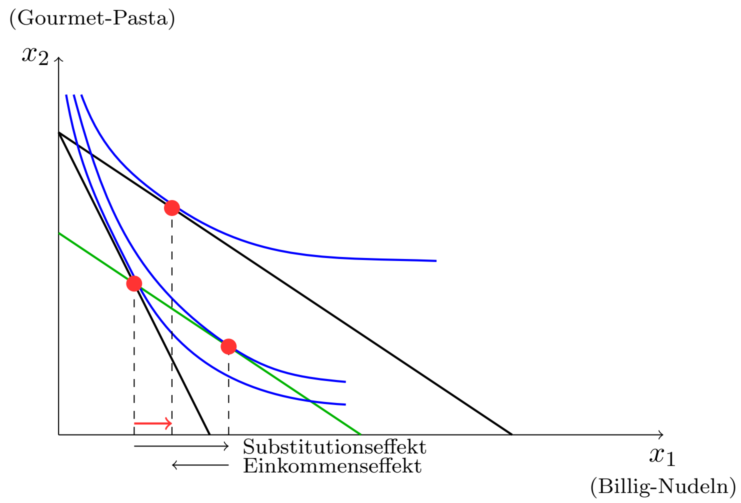
- inferiores Gut

$$\begin{array}{ccc} \Delta x_1 = & \Delta x_1^s + & \Delta x_1^n \\ (?) & (-) & (+) \end{array}$$

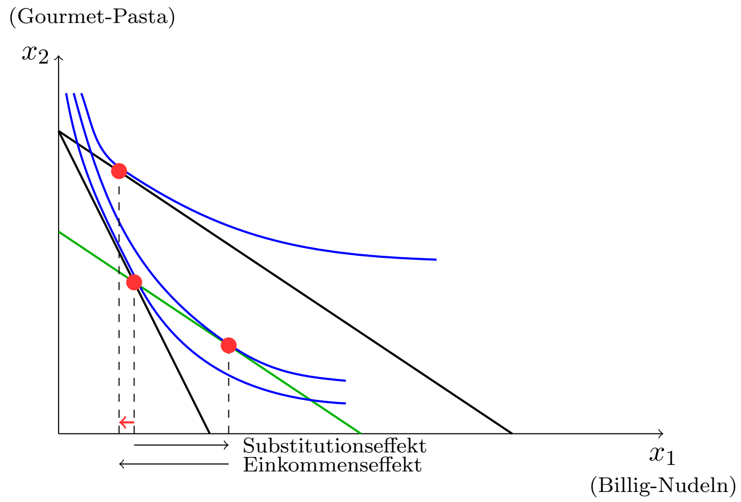
- Sonderfall eines inferioren Gutes: Giffen-Gut

$$\begin{array}{ccc} \Delta x_1 = & \Delta x_1^s + & \Delta x_1^n \\ (+) & (-) & (++) \end{array}$$

Inferiores Gut



Giffen-Gut



9.5. Änderungsraten

Änderungsraten

- Slutsky-Identität

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n$$

- negativer Wert des Einkommenseffektes

$$\Delta x_1^m = -\Delta x_1^n$$

- hypothetische Einkommenänderung

$$\Delta m = x_1 \, \Delta p_1 \quad \Longrightarrow \quad \Delta p_1 = \frac{\Delta m}{x_1}$$

- Slutsky-Identität in Änderungsraten

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1$$

Elemente der Slutsky-Gleichung

- Änderung der Nachfrage bei Preisänderung und konstantem Einkommen

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{x_1(p_1', m) - x_1(p_1, m)}{p_1' - p_1}$$

- Änderung der Nachfrage bei Preisänderung und konstanter Kaufkraft

$$\frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} = \frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1, m)}{p_1' - p}$$

- Änderung der Nachfrage bei konstantem Preis und veränderter Kaufkraft

$$\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1 = \frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1', m)}{m' - m} x_1$$

Slutsky-Gleichung aus Differentialrechnung

- Slutsky-Nachfrage (konstante Kaufkraft)

$$x_1^s(p_1, p_2, \overline{x}_1, \overline{x}_2) = x_1(p_1, p_2, p_1\overline{x}_1 + p_2\overline{x}_2)$$

- Differenzieren nach p_1 und Umformen

$$\frac{\partial x_1(p_1, p_2, \overline{m})}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^s(p_1, p_2, \overline{x}_1, \overline{x}_2)}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1(p_1, p_2, m)}{\partial m}\overline{x}_1$$

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1$$

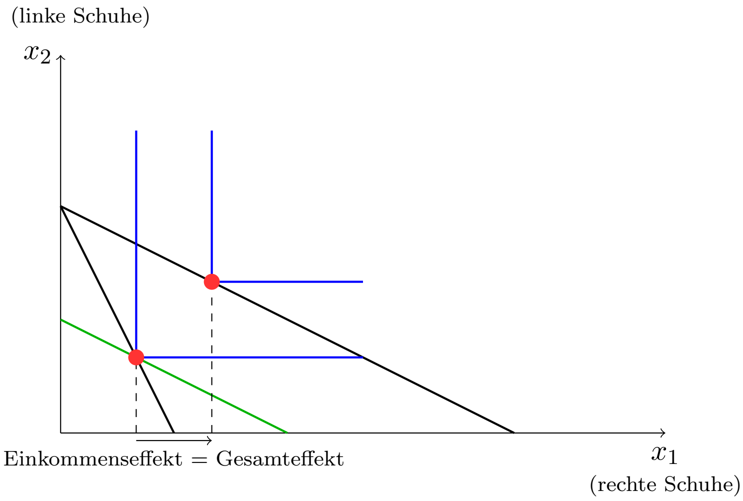
9.6. Gesetz der Nachfrage

Gesetz der Nachfrage

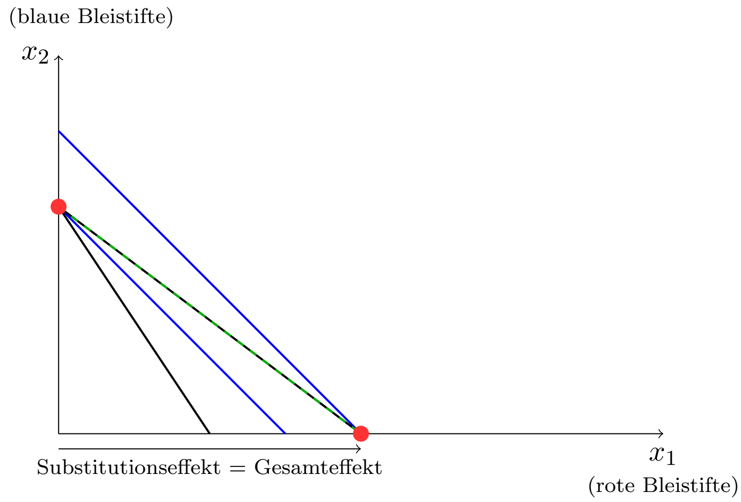
Wenn die Nachfrage nach einem Gut bei einer Einkommenserhöhung steigt, dann muss die Nachfrage bei einem Preisanstieg fallen.

9.7. Beispiele

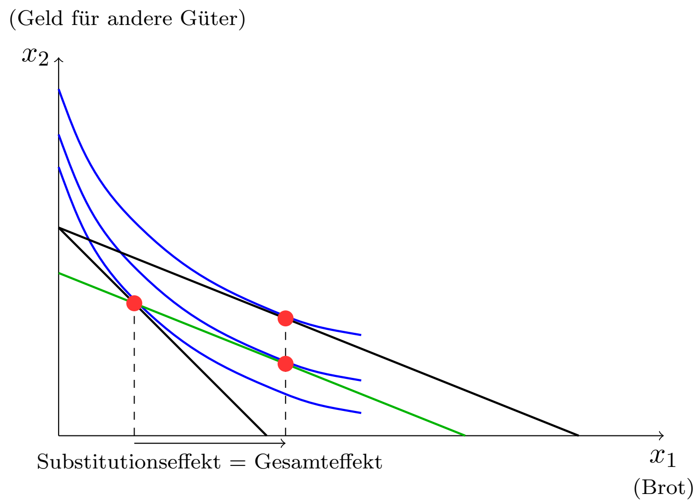
Perfekte Komplemente



Perfekte Substitute



Quasilineare Präferenzen



9.8. Hicks-Substitution

Hicks-Substitutionseffekt

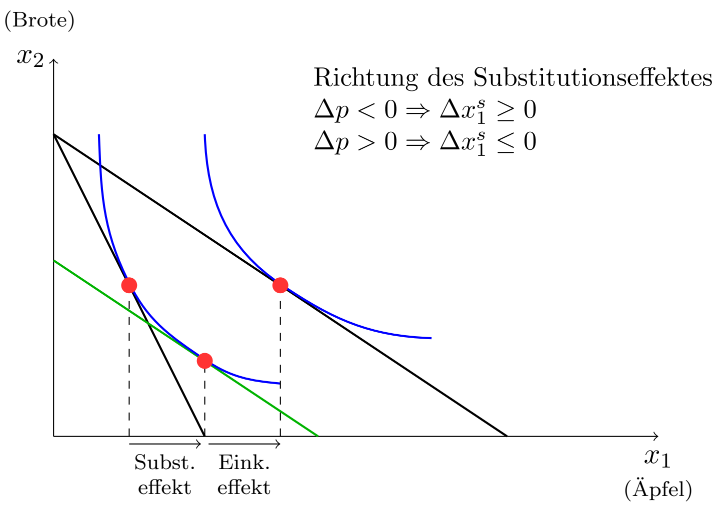
bisher: Slutsky-Substitutionseffekt

- konstante Kaufkraft
- gibt Konsumenten genug Geld, damit altes Bündel erschwinglich bleibt

andere Möglichkeit: Hicks-Substitutionseffekt

- konstantes Nutzenniveau
- gibt Konsumenten genug Geld, damit altes Nutzenniveau erschwinglich bleibt

Hicks-Zerlegung



Vorzeichen des Hicks-Substitutionseffekts

- Preise $(p_1, p_2) \Rightarrow$ optimales Bündel (x_1, x_2)
- Preise $(q_1, q_2) \Rightarrow$ optimales Bündel (y_1, y_2)
- Preise so gewählt, dass $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$
- bekundete Präferenzen: folgende Ungleichungen können **nicht** wahr sein:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 > p_1 y_1 + p_2 y_2$$

$$q_1 y_1 + q_2 y_2 > q_1 x_1 + q_2 x_2$$

- Daher müssen folgende Ungleichungen wahr sein:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq p_1 y_1 + p_2 y_2$$

$$q_1 y_1 + q_2 y_2 \leq q_1 x_1 + q_2 x_2$$

- Addition der Ungleichungen

$$(q_1 - p_1)(y_1 - x_1) \leq 0$$

9.9. Kompensierte Nachfragekurven

Kompensierte Nachfragekurven

Änderung der Nachfragemenge in verschiedenen Situationen

- bei konstantem Einkommen (Standard-Fall)

$$x_1(p_1, p_2, m)$$

- bei konstanter Kaufkraft (Slutsky-Substitutionseffekt)

$$x_1^s(p_1, p_2, \overline{x}_1, \overline{x}_2)$$

- bei konstantem Nutzen (Hicks-Substitutionseffekt)

$$x_1^h(p_1, p_2, u)$$

Slutsky-Gleichung aus kompensierter Nachfrage

- Hicks-Nachfrage ist identisch mit der normalen Nachfrage, wenn $m^*(p_1, p_2, u)$ das Einkommen ist, das der Konsument benötigt, um bei Preisen (p_1, p_2), das Nutzenniveau u zu erreichen:
$$x_1^h(p_1, p_2, u) \equiv x_1(p_1, p_2, m^*(p_1, p_2, u)),$$

- Differenzieren und Umformen
$$\frac{\partial x_1(p_1, p_2, m)}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^h(p_1, p_2, u)}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1(p_1, p_2, m)}{\partial m} x_1$$

10. Konsumentenrente

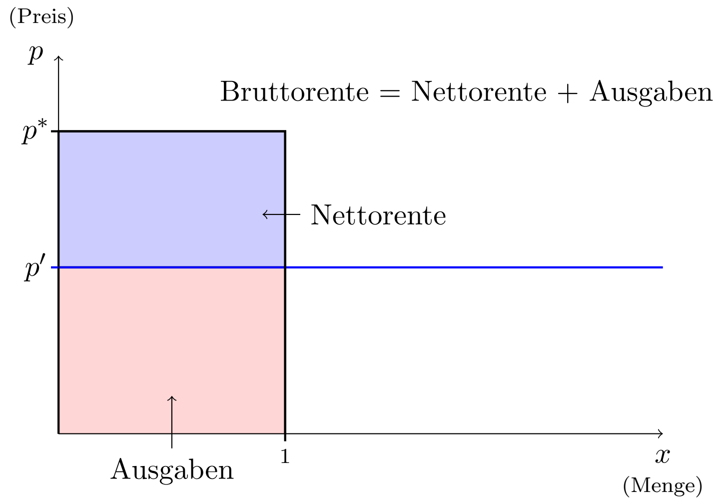
Konsumentenrente

- Verfahren zur Messung von Nutzen bzw. Nutzenunterschieden

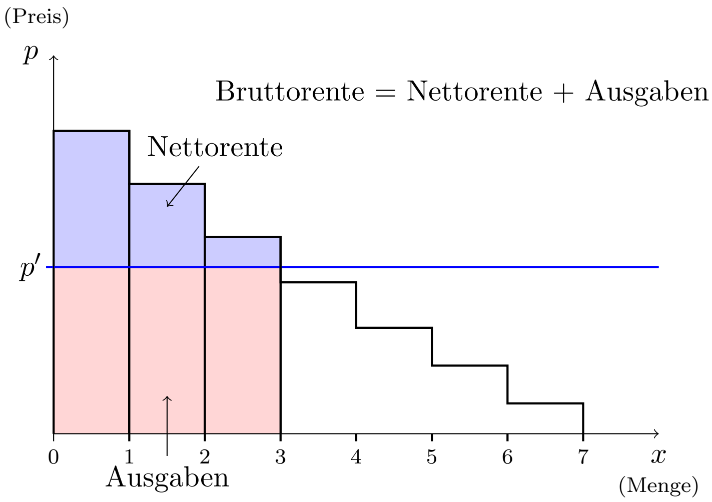
- Rente des Konsumenten (einzelner Konsument)

- Konsumentenrente (aggregiert über mehrere Konsumenten)

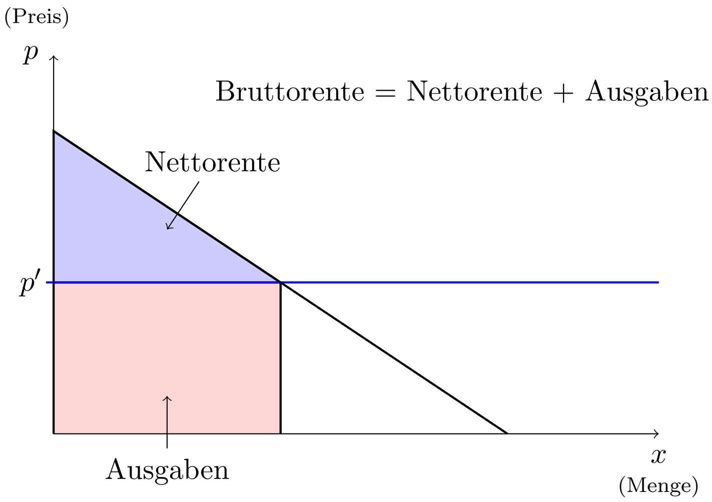
Nachfrage nach einem einzigen Gut



Nachfrage nach einem unteilbaren Gut



Nachfrage nach einem teilbaren Gut

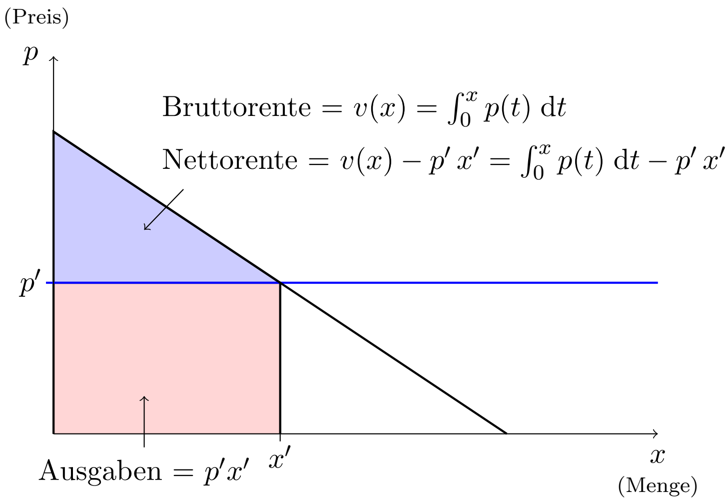


10.1. Quasilineare Präferenzen

Quasilineare Präferenzen

- Nutzenfunktion $u(x, y) = v(x) + y$
- x = Konsummenge des betrachteten Gutes (Preis = p)
- y = Geld für Konsum anderer Güter (Preis = 1)
- Inverse Nachfrage
$$p(x) = \frac{\partial v(x)}{\partial x}$$
- Berechnung der Nutzenfunktion aus inverser Nachfragefunktion
$$v(x) = \int_0^x p(t)\ \mathrm{d}t$$

Quasilineare Präferenzen



Quasilineare Präferenzen: andere Interpretation

- Konsument konsumiert n Einheiten von Gut x
- Wieviel Geld müssen wir ihm mindestens geben, damit er zustimmt, nichts mehr vom Gut x zu konsumieren?
- Geldbetrag R mit
$$u(n, m - p\,n) = u(0, m + R)$$
- Nettorente
$$R = v(n) - p\,n$$

Keine quasilinearen Präferenzen

- allgemein: Konsummenge hängt vom Einkommen ab
- quasilineare Präferenzen: Konsummenge hängt **nicht** vom Einkommen ab $\Longrightarrow$ Fläche unter Nachfragekurve = Maß für Nutzen
- **Keine** quasilinearen Präferenzen $\Longrightarrow$ Fläche = **Näherung** des Maßes für Nutzen
- Je geringer der Einkommenseffekt, desto genauer die Näherung

10.2. Aggregation

Aggregation

Rente eines einzelnen Konsumenten

- Maß für individuelle Tauschgewinne

Konsumentenrente

- Summe über die Renten aller einzelnen Konsumenten
- Maß für aggregierte Vorteile aus Tausch

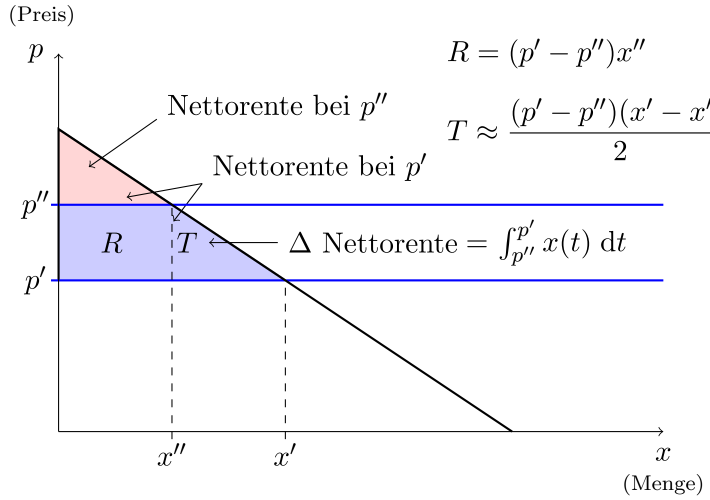
10.3. Veränderung der Konsumentenrente

Veränderung der Konsumentenrente

- normalerweise nicht an absoluten Wert der Rente interessiert
- wichtiger: Veränderung der Rente z.B. durch politische Maßnahmen
- Beispiel: Veränderung des Preises von p' auf p''
- Veränderung der Nettorente

$$\Delta CS = CS(p'') - CS(p')$$

Veränderung der Konsumentenrente



$$R = (p' - p'')x''$$

$$T \approx \frac{(p' - p'')(x' - x'')}{2}$$

10.4. Beispiele für ΔCS

Beispiel: Lineare Nachfragefunktion

Situation

- Lineare Nachfrage: $x(p) = 20 - 2p$
- Ausgangssituation: $p' = 2$, $x' = 16$
- neue Situation: $p'' = 3$, $x'' = 14$

Änderung der Rente

- Größe des Rechtecks: $(p' - p'')x'' = -14$
- Größe des Dreiecks: $\frac{(p'-p'')(x'-x'')}{2} = -1$
- Größe des Trapez' (gesamt): $\Delta CS = -14 + (-1) = -15$

Beispiel: Lineare Nachfragefunktion – ΔCS
Berechnung durch Integration der Nachfragefunktion

- Nachfragefunktion: $x(p) = 20 - 2p$
- Stammfunktion der Nachfragefunktion: $X(p)$ mit $\frac{\partial X(p)}{\partial p} = x(p) = 20 - 2p$
$$X(p_1) = 20p - p^2$$
- Änderung der Rente
$$\begin{aligned}\Delta CS &= \int_{p''}^{p'} x(t)\,\mathrm{d}t = \int_3^2 20 - 2t\,\mathrm{d}t = \left[20t - t^2\right]_3^2 \\ &= (20 \cdot 2 - 2^2) - (20 \cdot 3 - 3^2) = (40 - 4) - (60 - 9) \\ &= 36 - 51 = -15\end{aligned}$$

Beispiel: Cobb-Douglas Nutzenfunktion
Situation

- Cobb-Douglas Nutzenfunktion: $u(x_1, x_2) = x_1^{0,5}\, x_2^{0,5}$
- Nachfrage nach x_1: $x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{2\,p_1}$
- Nachfrage nach x_2: $x_2(p_1, p_2, m) = \frac{m}{2\,p_2}$
- Ausgangssituation: $m = 100$, $p_1' = 1$, $p_2' = 1$, $x_1' = 50$, $x_2' = 50$
- neue Situation: $p_1'' = 2$, $x_1'' = 25$, $x_2'' = 50$

Änderung der Konsumentenrente (approximativ)

- Größe des Rechtecks: $(p_1' - p_1'')x_1'' = -25$
- Größe des Dreiecks: ca. $\frac{(p_1' - p_1'')(x_1' - x_1'')}{2} = -12{,}5$
- Größe des Trapez' (gesamt): $\Delta CS \approx -25 + (-12{,}5) = -37{,}5$

Beispiel: Cobb-Douglas Nutzenfunktion – ΔCS
Genaue Berechnung durch Integration der Nachfragefunktion

- Nachfragefunktion: $x_1(p_1) = \frac{m}{2p_1}$
- Stammfunktion der Nachfragefunktion: $X_1(p_1)$ mit $\frac{\partial X_1(p_1)}{\partial p_1} = x_1(p_1) = \frac{m}{2p_1}$
$$X_1(p_1) = \frac{m}{2}\ln(p_1)$$
- Konsumentenrente
$$\begin{aligned}\Delta CS &= \int_{p_1''}^{p_1'} x_1(t)\,\mathrm{d}t = \int_2^1 \frac{m}{2t}\,\mathrm{d}t = \left[\frac{m}{2}\ln(t)\right]_2^1 \\ &= \frac{100}{2}\ln(1) - \frac{100}{2}\ln(2) \approx 0 - 50 \cdot 0{,}693 \approx -34{,}7\end{aligned}$$

Beispiel: Quasilineare Präferenzen
Situation

- Quasilineare Nutzenfunktion: $u(x_1, x_2) = \ln(x_1) + x_2$
- Nachfrage nach x_1: $x_1(p_1, p_2, m) = \frac{p_2}{p_1}$
- Nachfrage nach x_2: $x_2(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_2} - 1$
- Ausgangssituation: $m = 100$, $p_1' = 1$, $p_2' = 10$, $x_1' = 10$, $x_2' = 9$
- neue Situation: $p_1'' = 2$, $x_1'' = 5$, $x_2'' = 9$

Änderung der Konsumentenrente (approximativ)

- Größe des Rechtecks: $(p_1' - p_1'')x_1'' = -5$
- Größe des Dreiecks: ca. $\frac{(p_1' - p_1'')(x_1' - x_1'')}{2} = -2{,}5$
- Größe des Trapez' (gesamt): $\Delta CS \approx -5 + (-2{,}5) = -7{,}5$

Beispiel: Quasilineare Präferenzen – ΔCS
Genaue Berechnung durch Integration der Nachfragefunktion

- Nachfragefunktion: $x_1(p_1) = \frac{p_2}{p_1}$
- Stammfunktion der Nachfragefunktion: $X_1(p_1)$ mit $\frac{\partial X_1(p_1)}{\partial p_1} = x_1(p_1) = \frac{p_2}{p_1}$
$$X_1(p_1) = p_2 \ln(p_1)$$
- Konsumentenrente
$$\begin{aligned}\Delta CS &= \int_{p_1''}^{p_1'} x_1(t)\,\mathrm{d}t = \int_2^1 \frac{p_2}{t}\,\mathrm{d}t = [p_2 \ln(t)]_2^1 \\ &= 10\ln(1) - 10\ln(2) \approx 0 - 10 \cdot 0{,}693 = -6{,}93\end{aligned}$$

10.5. Kompensatorische und äquivalente Variation

Kompensatorische und äquivalente Variation

- quasilineare Präferenzen: Änderung der Rente ist genaues Maß für Nutzenänderung
- Präferenzen nicht quasilinear: Änderung der Rente ist nur Approximation
- genaue Maße zur Messung von Nutzenänderungen: kompensatorische und äquivalente Variation

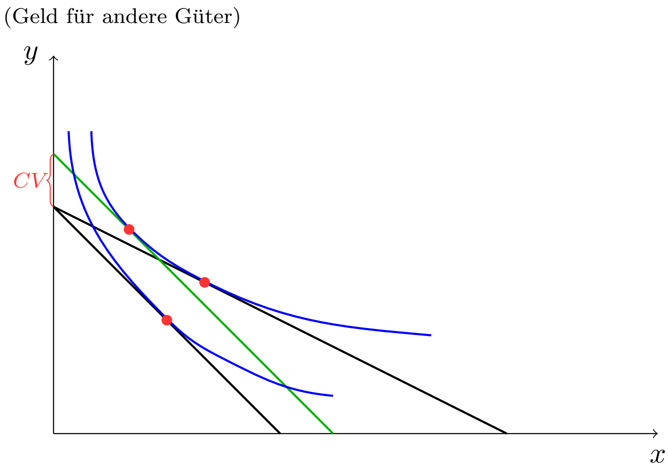
Kompensatorische Variation
Wie viel Geld muss man dem Konsumenten geben (wegnehmen),

- um ihn für eine Preisänderung zu entschädigen (kompensieren)
- damit er nach der Preisänderung auf dem gleichen Nutzenniveau wie vorher ist
- damit er mit der Preisänderung einverstanden ist

Bezugspunkte des Vergleichs

- Nutzenniveau: vor der Preisänderung
- Preise: nach der Preisänderung

Kompensatorische Variation



Äquivalente Variation
Wie viel Geld muss man dem Konsumenten geben (wegnehmen),

- um eine zur Preisänderung äquivalente Nutzenänderung zu erreichen
- damit er ohne Preisänderung auf das gleiche Nutzenniveau wie durch die Preisänderung kommt

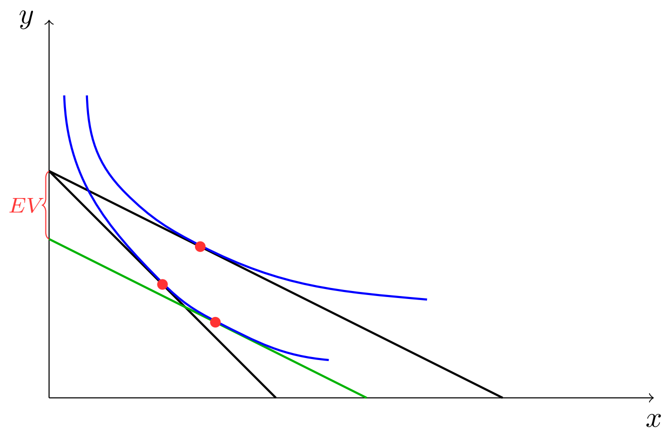
oder:

- Wie viel Geld würde der Konsument maximal bezahlen, um die Preisänderung zu verhindern?

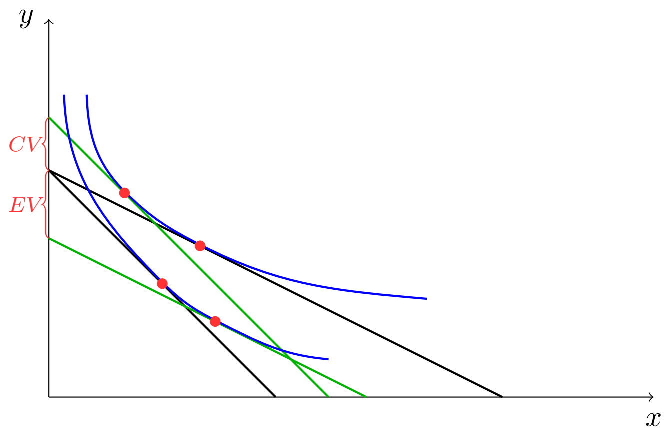
Bezugspunkte des Vergleichs

- Nutzenniveau: nach der Preisänderung
- Preise: vor der Preisänderung

Äquivalente Variation



Kompensatorische und äquivalente Variation



Kompensatorische und äquivalente Variation

- messen Abstand zwischen zwei Indifferenzkurven
- Messung des Abstands an zwei parallelen Tangenten
- Punkte auf den Indifferenzkurven, zwischen denen der Abstand gemessen wird, hängen von Steigung der Tangente ab
- quasilineare Präferenzen $\Longrightarrow$ parallele Indifferenzkurven $\Longrightarrow$ Abstand der Indifferenzkurven überall gleich $\Longrightarrow CV = EV = \Delta CS$

10.6. Beispiele für CV und EV

Beispiel: Cobb-Douglas Nutzenfunktion

Situation

- Cobb-Douglas Nutzenfunktion: $u(x_1, x_2) = x_1^{0,5} x_2^{0,5}$

- Nachfrage nach x_1: $x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{2\,p_1}$
- Nachfrage nach x_2: $x_2(p_1, p_2, m) = \frac{m}{2\,p_2}$
- Ausgangssituation: $m = 100$, $p_1' = 1$, $p_2' = 1$, $x_1' = 50$, $x_2' = 50$
- neue Situation: $p_1'' = 2$, $x_1'' = 25$, $x_2'' = 50$
- altes Nutzenniveau: $u' = u(x_1', x_2') = u(50, 50) = 50^{0,5}\,50^{0,5} = \sqrt{2500} = 50$
- neues Nutzenniveau: $u'' = u(x_1'', x_2'') = u(25, 50) = 25^{0,5}\,50^{0,5} = \sqrt{1250} = 25\sqrt{2}$

Beispiel: Cobb-Douglas Nutzenfunktion – CV
Kompensierende Variation

- Suche Einkommen m', bei dem mit neuen Preisen das alte Nutzenniveau erreicht wird
$$u\left(x_1(p_1'', p_2'', m'), x_2(p_1'', p_2'', m')\right) = u\left(\frac{m'}{2\,p_1''}, \frac{m'}{2\,p_2''}\right) = u'$$
$$u\left(\frac{m'}{2\cdot 2}, \frac{m'}{2\cdot 1}\right) = \left(\frac{m'}{4}\right)^{0,5}\left(\frac{m'}{2}\right)^{0,5} = \frac{m'}{2\sqrt{2}} = 50$$
$$m' = 50\cdot 2\sqrt{2} = 100\sqrt{2} \approx 141$$
- $CV = m' - m \approx 141 - 100 = 41$

Beispiel: Cobb-Douglas Nutzenfunktion – EV
Äquivalente Variation

- Suche Einkommen m'', bei dem mit alten Preisen das neue Nutzenniveau erreicht wird
$$u\left(x_1(p_1', p_2', m''), x_2(p_1', p_2', m'')\right) = u\left(\frac{m''}{2\,p_1'}, \frac{m''}{2\,p_2'}\right) = u''$$
$$u\left(\frac{m''}{2\cdot 1}, \frac{m''}{2\cdot 1}\right) = \left(\frac{m''}{2}\right)^{0,5}\left(\frac{m''}{2}\right)^{0,5} = \frac{m''}{2} = 25\sqrt{2}$$
$$m'' = 50\cdot\sqrt{2} \approx 71$$
- $EV = m - m'' \approx 100 - 71 = 29$

Beispiel: quasilineare Präferenzen
Situation

- quasilineare Nutzenfunktion: $u(x_1, x_2) = \ln(x_1) + x_2$
- Nachfrage nach x_1: $x_1(p_1, p_2, m) = \frac{p_2}{p_1}$
- Nachfrage nach x_2: $x_2(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_2} - 1$
- Ausgangssituation: $m = 100$, $p_1' = 1$, $p_2' = 10$, $x_1' = 10$, $x_2' = 9$
- neue Situation: $p_1'' = 2$, $x_1'' = 5$, $x_2'' = 90$
- altes Nutzenniveau: $u' = u(x_1', x_2') = u(10, 9) = \ln(10) + 9$
- neues Nutzenniveau: $u'' = u(x_1'', x_2'') = u(5, 9) = \ln(5) + 9$

Beispiel: quasilineare Präferenzen – CV
Kompensierende Variation

- Suche Einkommen m', bei dem mit neuen Preisen das alte Nutzenniveau erreicht wird

$$u\left(x_1(p_1'', p_2'', m'), x_2(p_1'', p_2'', m')\right) = u\left(\frac{p_2''}{p_1''}, \frac{m'}{p_2''} - 1\right) = u'$$

$$u\left(5, \frac{m'}{10} - 1\right) = \ln(5) + \frac{m'}{10} - 1 = \ln(10) + 9$$

$$m' = 10(\ln(10) + 9 - \ln(5) + 1) = 10\left(\ln\left(\frac{10}{5}\right) + 10\right)$$

$$m' = 10\ln(2) + 100$$

- $CV = m' - m = 10\ln(2) + 100 - 100 = 10\ln(2) = \Delta CS$

Beispiel: quasilineare Präferenzen – EV
Äquivalente Variation

- Suche Einkommen m'', bei dem mit alten Preisen das neue Nutzenniveau erreicht wird

$$u\left(x_1(p_1', p_2', m''), x_2(p_1', p_2', m'')\right) = u\left(\frac{p_2'}{p_1'}, \frac{m''}{p_2'} - 1\right) = u''$$

$$u\left(10, \frac{m''}{10} - 1\right) = \ln(10) + \frac{m''}{10} - 1 = \ln(5) + 9$$

$$m'' = 10\left(\ln(5) + 9 - \ln(10) + 1\right) = 10\left(\ln\left(\frac{5}{10}\right) + 10\right)$$

$$m'' = 10\ln\left(\frac{1}{2}\right) + 100 = 100 - 10\ln(2)$$

- $EV = m - m'' = 100 - (100 - 10\ln(2)) = 10\ln(2) = CV = \Delta CS$

10.7. CV, EV und ΔCS

CV, EV und ΔCS

- Cobb-Douglas Nutzenfunktion: $u(x_1, x_2) = x_1^{0,1}\, x_2^{0,9}$
- Ausgangssituation: $p_1 = 1$, $p_2 = 1$, $m = 100$
- bei Veränderung von p_1:

p_1	CV	ΔCS	EV
1	0,00	0,00	0,00
2	7,18	6,93	6,70
3	11,61	10,99	10,40
4	14,87	13,86	12,94
5	17,46	16,09	14,87

- $CV \geq \Delta CS \geq EV$ oder $CV \leq \Delta CS \leq EV$

Teil III.
Unternehmen

11. Technologie

Technologie

- Analyse des Verhaltens von Unternehmen
- Entscheidungen des Unternehmens sind begrenzt durch
  - Kunden
  - Lieferanten
  - Konkurrenten
  - Naturgesetze bzw. Technologie
- Naturgesetze bzw. Technologie
  - Möglichkeiten, aus Inputs Outputs zu erzeugen

11.1. Inputs und Outputs

Inputs

- Produktionsfaktoren
- Kategorien
  - Grund und Boden
  - Arbeit
  - Kapital
  - Rohstoffe
- Kapitalgüter
  - produzierte Produktionsfaktoren
  - Bsp.: Gebäude, Traktoren, Computer
  - physisches Kapital
  - kein Finanzkapital

Stromgrößen

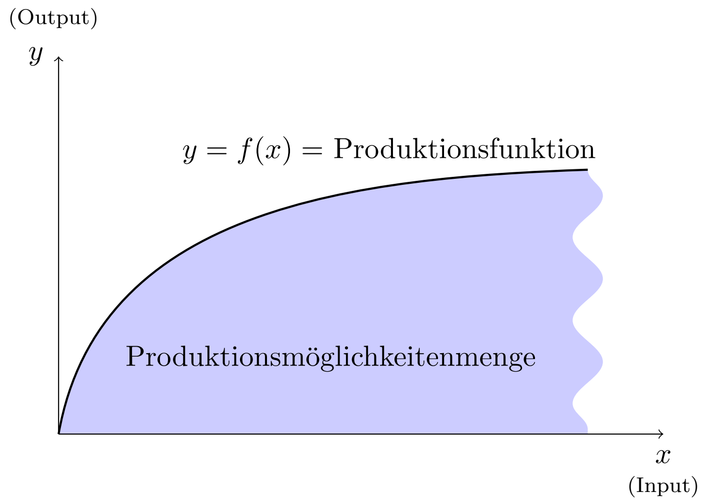
- Inputs und Output sind häufig Stromgrößen, z.B.
  - Arbeitsstunden pro Woche
  - Maschinenstunden pro Woche
  - produzierte Pflugschare pro Woche
- gleicher Bezugszeitraum für alle Inputs und Outputs
- Bezugszeitraum braucht häufig nicht genannt werden

11.2. Beschreibung der Technologie

Technologische Beschränkung

- nur mit bestimmten Kombinationen von Inputs können vorgegebene Outputmengen erzeugt werden
- Beschreibung der Produktionsmöglichkeiten: z.B. durch Aufzählung aller Kombinationen von Inputs und Outputs, die technologisch machbare Produktionsmöglichkeiten darstellen
- Produktionsmöglichkeitenmenge

Produktionsmöglichkeitenmenge



Produktionsfunktion

- mit einem Input (x): $y = f(x)$
- gibt maximale Outputmenge y an, die mit einer gegebenen Inputmenge x produziert werden kann

- mit zwei Inputs (x_1 und x_2): $y = f(x_1, x_2)$
- gibt maximale Outputmenge y an, die mit x_1 Einheiten Input 1 und mit x_2 Einheiten Input 2 produziert werden kann

Isoquanten

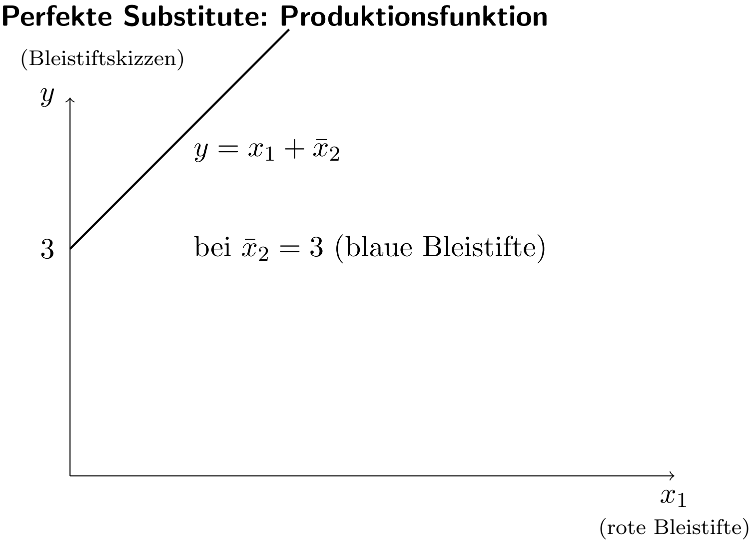
- Darstellung von Produktionsmöglichkeiten bei zwei Inputs (x_1 und x_2)
- Isoquante = Menge aller Kombinationen von x_1 und x_2, mit denen gerade eine vorgegebene Outputmenge produziert werden kann
- ähnlich wie Indifferenzkurven
- Unterschied zu Indifferenzkurven: Isoquanten: durch messbare Outputmenge bestimmt, Indifferenzkurven: durch willkürliches Nutzenniveau bestimmt

11.3. Beispiele für Technologien

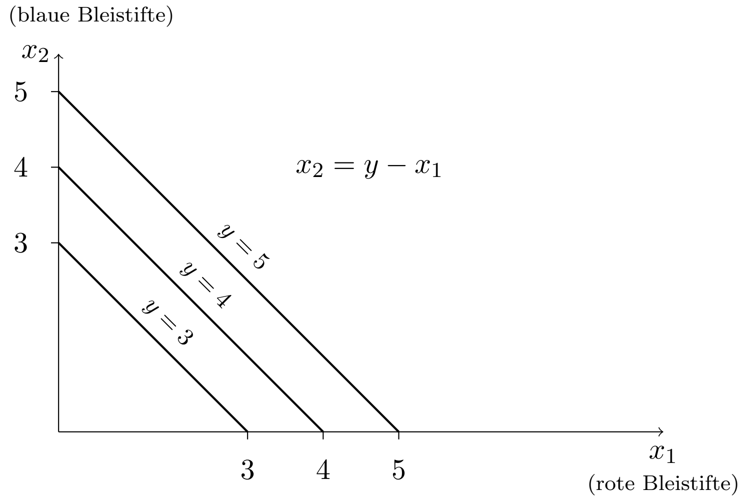
Perfekte Substitute

- Gesamtzahl beider Inputs relevant
- Bsp: Bleistiftskizzen zeichnen: rote und blaue Bleistifte
- Produktionsfunktion: $y = x_1 + x_2$
- Isoquante: $x_2 = y - x_1$
- entspricht: perfekte Substitute in der Nachfragetheorie

Perfekte Substitute: Produktionsfunktion



perfekte Substitute: Isoquanten



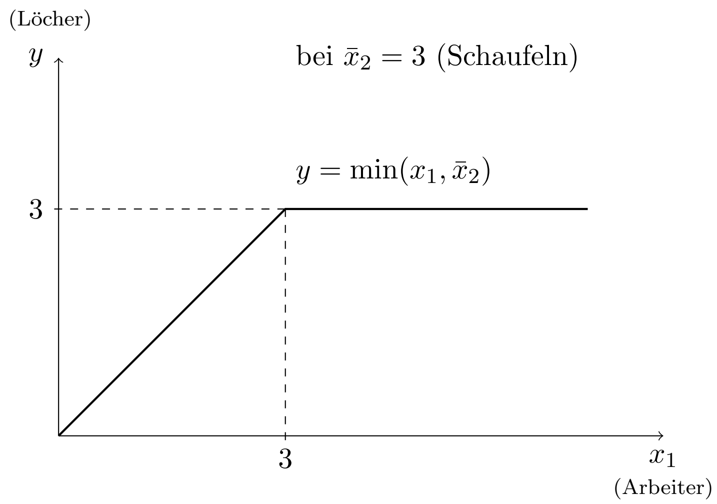
Konstante Proportionen

- Inputs im bestimmten Verhältnis benötigt
- Bsp: Löcher graben: jeweils 1 Arbeiter + 1 Schaufel
- Produktionsfunktion: $y = \min(x_1, x_2)$
- Isoquante

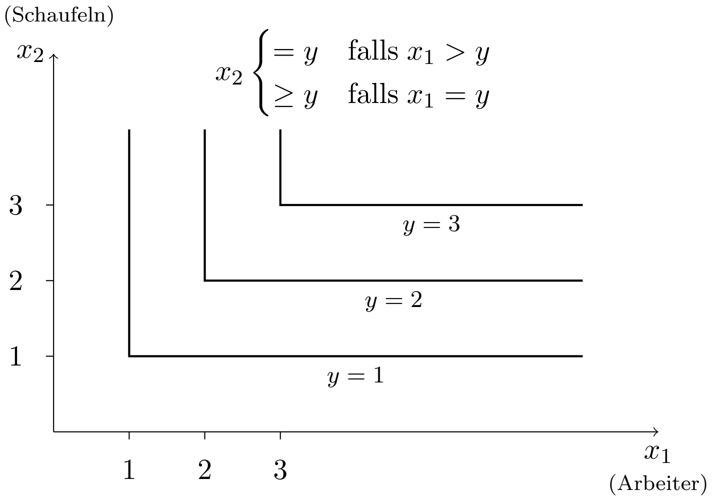
$$x_2 \begin{cases} = y & \text{falls } x_1 > y \\ \geq y & \text{falls } x_1 = y \end{cases}$$

- entspricht: perfekte Komplemente in der Nachfragetheorie

Konstante Proportionen: Produktionsfunktion



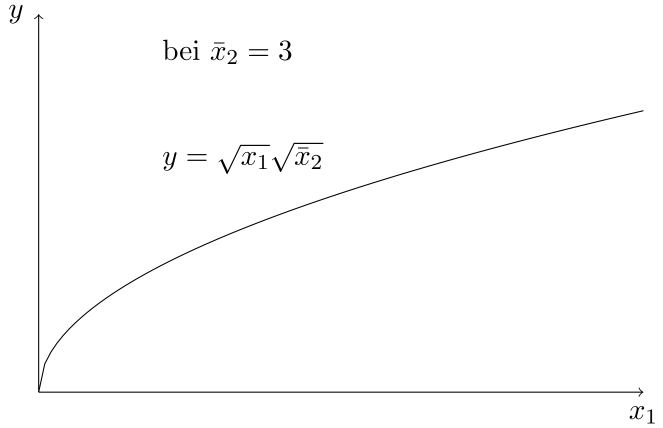
Konstante Proportionen: Isoquante



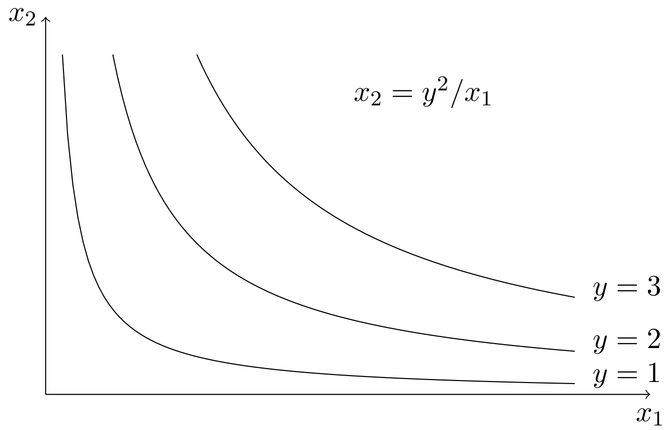
Cobb-Douglas-Technologie

- Produktionsfunktion: $y = A\, x_1^a\, x_2^b$
- Isoquante: $x_2 = \left(\frac{y}{A}\right)^{\frac{1}{b}}\ x_1^{-\frac{a}{b}}$
- Unterschiede zu Cobb-Douglas-Präferenzen:
  - y ist kardinal (u ist ordinal)
  - A hat Bedeutung (Skalierung)
  - Summe $a + b$ hat Bedeutung
- Bsp: $A = 1$, $a = b = 0.5 \Rightarrow y = \sqrt{x_1}\,\sqrt{x_2} \Rightarrow x_2 = \frac{y^2}{x_1}$

Cobb-Douglas-Technologie: Produktionsfunktion



Cobb-Douglas-Technologie: Isoquanten



11.4. Eigenschaften der Technologie

Eigenschaften der Technologie

Monotonie

- Menge eines Inputs steigt $\rightarrow$ Output fällt nicht

Konvexität

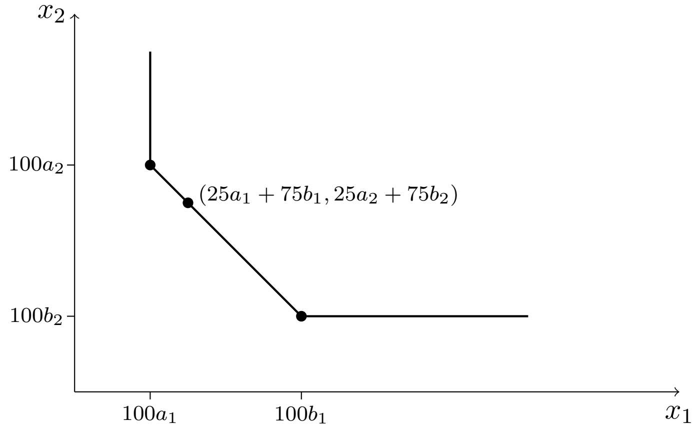
- $y = f(x_1, x_2)$ und $y = f(z_1, z_2) \Rightarrow (x_1, x_2)$ und (z_1, z_2) auf gleicher Isoquante
- $(w_1, w_2) = t\,(x_1, x_2) + (1-t)(z_1, z_2)$ mit $0 \leq t \leq 1$ (gewichteter Durchschnitt) $\Rightarrow f(w_1, w_2)$ $= f(t\,x_1 + (1-t)z_1, t\,x_2 + (1-t)z_2) \geq y$

Konvexität: Beispiel

Beispiel

- Produktionstechnik a: $f_a(a_1, a_2) = 1$
- Produktionstechnik b: $f_b(b_1, b_2) = 1$
- Skalierbarkeit: $f_a(100a_1, 100a_2) = f_b(100b_1, 100b_2) = 100$
- gewichteter Durchschnitt der Inputmengen ($t = 0{,}25$):
  - $25a_1 + 75b_1$ Einheiten Input 1
  - $25a_2 + 75b_2$ Einheiten Input 2
  - $f_a(25a_1, 25a_2) = 25$
  - $f_b(75b_1, 75b_2) = 75$
  - $f(25a_1 + 75b_1, 25a_2 + 75b_2) = 100$

Konvexität: Isoquanten



Konvexität

Wenn

- Produktionstechniken beliebig skalierbar sind und
- verschiedene Produktionstechnologien sich nicht behindern,

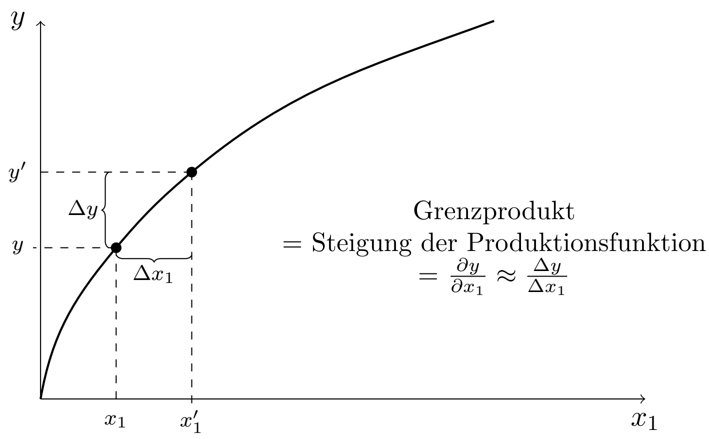
ist Konvexität „natürlich“ gegeben.

11.5. Grenzprodukt

Grenzprodukt

- Produktion am Punkt (x_1, x_2)
- Outputmenge: $f(x_1, x_2)$
- Erhöhung der Menge von Input 1 um Δx_1
- bei konstanter Menge von Input 2 (c.p.)
- Grenzprodukt des Inputs 1 = Änderung der Outputmenge relativ zur Änderung der Inputmenge
$$MP_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x_1} = \frac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_1}$$
- Grenzprodukt des Inputs 2
$$MP_2 = \frac{\Delta y}{\Delta x_2} = \frac{f(x_1, x_2 + \Delta x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_2}$$

Grenzprodukt

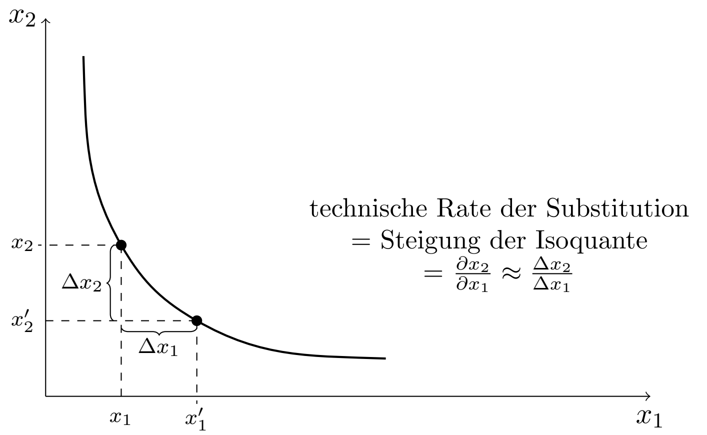


11.6. Technische Rate der Substitution

Technische Rate der Substitution

- Produktion am Punkt (x_1, x_2)
- Outputmenge: $y = f(x_1, x_2)$
- Erhöhung der Menge von Input 1 um Δx_1
- Änderung der Menge des Inputs 2 um Δx_2, so dass die Outputmenge y konstant bleibt
$$\Delta y = MP_1 \, \Delta x_1 + MP_2 \, \Delta x_2 = 0$$
- technische Rate der Substitution
$$TRS(x_1, x_2) = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{MP_1}{MP_2}$$
- Austauschverhältnis zwischen 2 Inputs

Technische Rate der Substitution

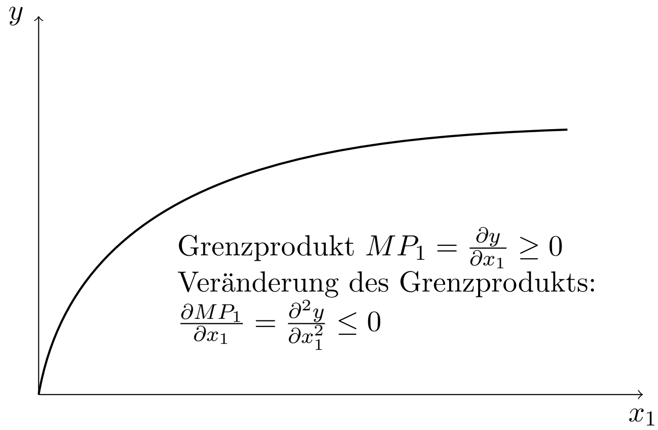


11.7. Abnehmendes Grenzprodukt

Abnehmendes Grenzprodukt

- Produktion am Punkt (x_1, x_2)
- Erhöhung der Menge von Input 1 um Δx_1
- monotone Technologie: $MP_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x_1} \geq 0$
- Wie ändert sich MP_1, wenn x_1 weiter erhöht wird (x_2 bleibt konstant)?
- Bsp: Weizenproduktion, Erhöhung der Stickstoffdüngermenge
- „Gesetz“ vom abnehmenden Grenzprodukt

Abnehmendes Grenzprodukt

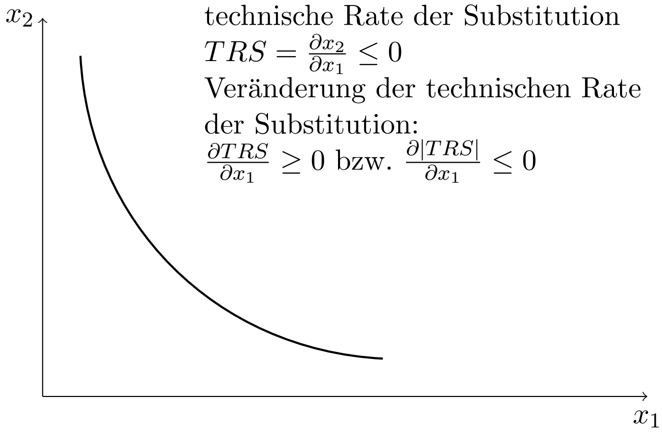


11.8. Abnehmende technische Rate der Substitution

Abnehmende technische Rate der Substitution

- Erhöhung der Menge des Inputs 1 und Anpassung des Inputs 2, so dass die Outputmenge konstant (selbe Isoquante) $\Rightarrow$ technische Rate der Substitution fällt
- d.h. wir können auf immer weniger Input 2 verzichten, wenn wir eine Einheit mehr Input 1 einsetzen
- hängt mit abnehmendem Grenzprodukt zusammen, aber
  - abnehmendes Grenzprodukt: Veränderung des Outputs bei konstanten anderen Inputmengen (Produktionsfunktion)
  - abnehmende technische Rate der Substitution: Veränderung der anderen Inputmenge bei konstanter Outputmenge (Isoquante)

Abnehmende technische Rate der Substitution



technische Rate der Substitution
$TRS = \frac{\partial x_2}{\partial x_1} \leq 0$
Veränderung der technischen Rate der Substitution:
$\frac{\partial TRS}{\partial x_1} \geq 0$ bzw. $\frac{\partial |TRS|}{\partial x_1} \leq 0$

11.9. Skalenerträge

Skalenerträge

- Grenzprodukt: mehr von einem Input, alle anderen Inputs konstant
- Skalierung der Mengen aller Inputs mit einen konstanten Multiplikator
- Beispiel: Verdoppelung aller Inputmengen $(x_1, x_2) \Rightarrow (2x_1, 2x_2)$ Wie verändert sich die Outputmenge?
- konstante Skalenerträge: $f(2x_1, 2x_2) = 2\,f(x_1, x_2)$ bzw. $f(t\,x_1, t\,x_2) = t\,f(x_1, x_2)$ für $t > 0$
- konstante Skalenerträge auch bei abnehmendem Grenzprodukt

Steigende und fallende Skalenerträge

- steigende Skalenerträge: Verdopplung aller Inputs $\rightarrow$ mehr als doppelter Output $f(t\,x_1, t\,x_2) > t\,f(x_1, x_2)$ für $t > 1$
- fallende Skalenerträge: Verdopplung aller Inputs $\rightarrow$ weniger als doppelter Output $f(t\,x_1, t\,x_2) < t\,f(x_1, x_2)$ für $t > 1$
- Skalenerträge können auf verschiedenen Produktionsniveaus unterschiedlich sein, z.B. zuerst steigende und später konstante Skalenerträge

11.10. Elastizitäten

Elastizitäten

- partielle Produktionselastizität

$$\sigma_i = \frac{\partial y}{\partial x_i}\frac{x_i}{y} = MP_i\,\frac{x_i}{y}$$

- Skalenelastizität

$$\lambda = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i$$

12. Gewinnmaximierung

Gewinnmaximierung

Annahmen

- Unternehmen maximiert Gewinn
- Unternehmen hat keinen Einfluss auf Input- und Outputpreise (Konkurrenzmarkt)
- Unternehmen ist Mengenanpasser (Input- und Outputmengen)
- Produktionstechnologie ist für das Unternehmen gegeben

Gewinn

- Gewinn = Erlös − Kosten

$$\pi = \sum_{i=1}^{n} p_i y_i - \sum_{i=1}^{m} w_i x_i$$

  n = Anzahl aller Outputs
  p_i = Marktpreis des i-ten Outputs
  y_i = Menge des i-ten Outputs
  m = Anzahl aller Inputs
  w_i = Marktpreis des i-ten Inputs
  x_i = Menge des i-ten Inputs

- Falls Inputs dem Unternehmensbesitzer gehören: Opportunitätskosten statt Marktpreise
- ökonomischer Gewinn $\neq$ Gewinn aus Buchführung

12.1. Fixe und variable Inputs

Fixe und variable Inputs

- einige Inputmengen können nicht innerhalb einer vorgegebenen Zeit angepasst werden $\Rightarrow$ fixe Inputs bzw. fixe Faktoren
- andere Inputmengen können auch kurzfristig beliebig angepasst werden $\Rightarrow$ variable Inputs bzw. variable Faktoren
- kurzfristig und langfristig: nicht in Zeiteinheiten definiert
- kurzfristig: mindestens eine fixe Inputmenge
- langfristig: alle Inputmengen sind variabel

Kurzfristige und langfristige Gewinne

- langfristig alle Inputmengen variabel $\Rightarrow$ Unternehmen kann Null Inputs verwenden und Null Outputs erzeugen $\Rightarrow$ geringster Gewinn des Unternehmens ist Null
- kurzfristig sind einige Inputs fix $\Rightarrow$ Unternehmen muss diese Inputs bezahlen, selbst wenn nichts produziert wird $\Rightarrow$ Unternehmen kann kurzfristig negative Gewinne haben

12.2. Kurzfristige Gewinnmaximierung

Kurzfristige Gewinnmaximierung

- Vereinfachende Annahme: ein variabler Input (x_1) ein fixer Input (x_2) mit fixer Menge $\bar{x}_2$ ein Output (y)
- Produktionsfunktion: $y = f(x_1, x_2)$
- Gewinn: $\pi = p\,y - w_1 x_1 - w_2 \bar{x}_2$ mit $y = f(x_1, \bar{x}_2)$
- Gewinn maximieren

$$\max_{x_1} p\, f(x_1, \bar{x}_2) - w_1 x_1 - w_2 \bar{x}_2$$

$$p\,\frac{\partial f(x_1, \bar{x}_2)}{\partial x_1} - w_1 \overset{!}{=} 0$$

$$p\,MP_1 = w_1$$

Wertgrenzprodukt

- Wertgrenzprodukt = Preis * Grenzprodukt
- im Optimum: Wertgrenzprodukt = Inputpreis ($pMP_1 = w_1$)
- Änderung der Inputmenge Δx_1 $\Rightarrow$ Änderung der Outputmenge $\Delta y = MP_1 \Delta x_1$ $\Rightarrow$ Änderung des Wertes der Outputmenge $p\,MP_1 \Delta x_1$ $\Rightarrow$ Änderung der Kosten für Inputs $w_1 \Delta x_1$
- $p\,MP_1 \Delta x_1 > w_1 \Delta x_1 \Leftrightarrow p\,MP_1 > w_1 \Rightarrow x_1 \uparrow$
- $p\,MP_1 \Delta x_1 < w_1 \Delta x_1 \Leftrightarrow p\,MP_1 < w_1 \Rightarrow x_1 \downarrow$

Isogewinnlinie

- Gewinn

$$\pi = py - w_1 x_1 - w_2 \bar{x}_2$$

- Auflösen nach y

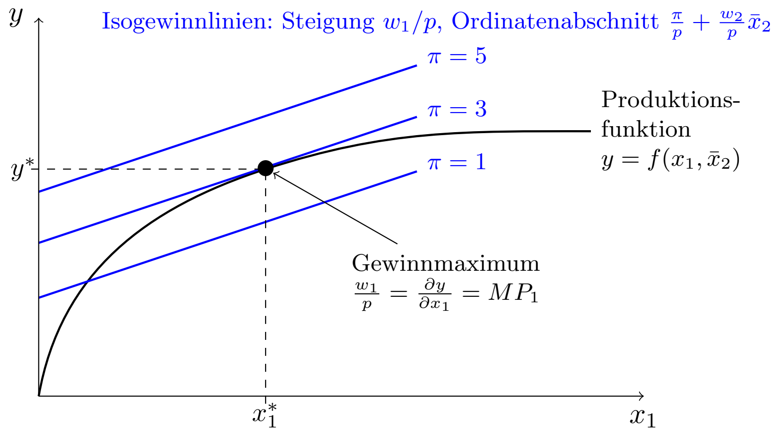
$$y = \frac{\pi}{p} + \frac{w_2}{p} \bar{x}_2 + \frac{w_1}{p} x_1$$

  p, w_1, w_2, $\bar{x}_2$: konstant
  π: verschiedene Isogewinnlinien
  y: Outputmenge, die bei gegebenen p, w_1, w_2 und $\bar{x}_2$ zu bestimmten x_1 zu dem vorgegebenen Gewinn π führt

Isogewinnlinie: Verlauf

- Isogewinnlinie
$$y = \frac{\pi}{p} + \frac{w_2}{p}\bar{x}_2 + \frac{w_1}{p}x_1$$
- Steigung
$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{w_1}{p}$$
- Ordinatenabschnitt ($x_1^0 = 0$)
$$y^0 = \frac{\pi}{p} + \frac{w_2}{p}\bar{x}_2$$

Isogewinnlinie



Kurzfristige Gewinnmaximierung: Cobb-Douglas

- Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$
- Gewinn: $\pi = p\,y - w_1 x_1 - w_2 x_2$
- konstant: p, w_1, w_2, $\bar{x}_2$
- Gewinnmaximierung
$$\begin{aligned}\max_{x_1} \pi &= \max_{x_1} p\,y - w_1 x_1 - w_2 \bar{x}_2 \\ &= \max_{x_1} p\,x_1^a \bar{x}_2^b - w_1 x_1 - w_2 \bar{x}_2\end{aligned}$$
- optimale Inputmenge: $x_1 = \dfrac{a^{\frac{1}{1-a}}\, p^{\frac{1}{1-a}}\, \bar{x}_2^{\frac{b}{1-a}}}{w_1^{\frac{1}{1-a}}}$
- optimale Outputmenge: $y = \dfrac{a^{\frac{a}{1-a}}\, p^{\frac{a}{1-a}}\, \bar{x}_2^{\frac{ab+b}{1-a}}}{w_1^{\frac{a}{1-a}}}$

12.3. Komparative Statik

Komparative Statik

Allgemein:

- Vergleich von zwei Gleichgewichten
- Keine Betrachtung des dynamischen Anpassungsprozesses

Änderung der

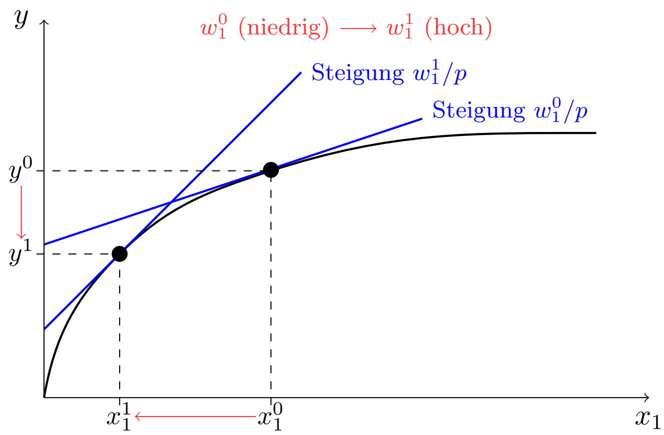
- Inputmengen und
- Outputmengen

wenn sich

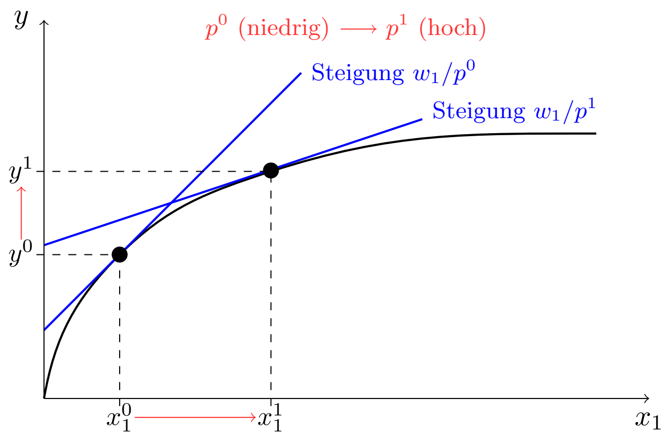
- Inputpreise oder
- Outputpreise

ändern

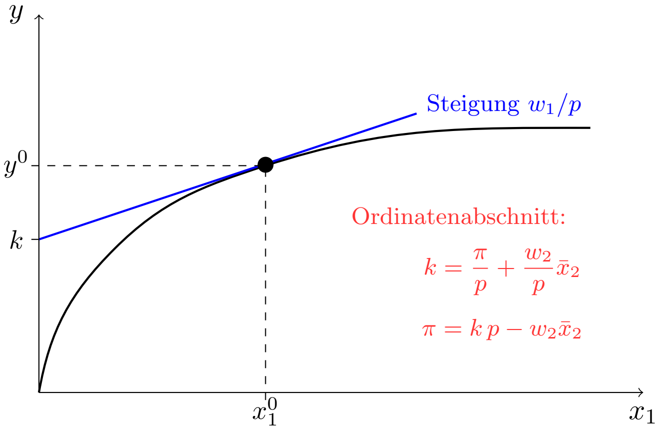
Komparative Statik: Inputpreis $w_1 \uparrow$



Komparative Statik: Outputpreis $p \uparrow$



Komparative Statik: Inputpreis w_2



12.4. Langfristige Gewinnmaximierung

Langfristige Gewinnmaximierung

- Produktionsfunktion: $y = f(x_1, x_2)$
- Gewinn: $\pi = p\,y - w_1x_1 - w_2x_2$ mit $y = f(x_1, \bar{x}_2)$
- Gewinn maximieren

$$\max_{x_1,x_2} p\,f(x_1,x_2) - w_1x_1 - w_2x_2$$

$$p\,\frac{\partial f(x_1,\bar{x}_2)}{\partial x_1} - w_1 \overset{!}{=} 0$$

$$p\,MP_1 = w_1$$

$$p\,\frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_2} - w_2 \overset{!}{=} 0$$

$$p\,MP_2 = w_2$$

Langfristige Gewinnmaximierung: Cobb-Douglas

- Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$
- Gewinn: $\pi = p\,y - w_1x_1 - w_2x_2$
- konstant: p, w_1, w_2
- Gewinnmaximierung

$$\max_{x_1,x_2} \pi = \max_{x_1,x_2} p x_1^a x_2^b - w_1x_1 - w_2x_2$$

- optimale Menge Input 1: $x_1 = \dfrac{a^{\frac{1-b}{1-a-b}}\, b^{\frac{b}{1-a-b}}\, p^{\frac{1}{1-a-b}}}{w_1^{\frac{1-b}{1-a-b}}\, w_2^{\frac{b}{(1-a-b)(1-a)}}}$

- optimale Menge Input 2: $x_2 = \dfrac{b^{\frac{1-a}{1-a-b}}\, a^{\frac{a}{1-a-b}}\, p^{\frac{1}{1-a-b}}}{w_1^{\frac{a}{1-a-b}}\, w_2^{\frac{1-a}{1-a-b}}}$

- optimale Outputmenge: $y = \dfrac{a^{\frac{a}{1-a-b}}\, b^{\frac{b}{1-a-b}}\, p^{\frac{a+b}{1-a-b}}}{w_1^{\frac{a}{1-a-b}}\, w_2^{\frac{b}{1-a-b}}}$

12.5. Inputnachfrage und Outputangebot

Inputnachfrage und Outputangebot

- Gewinnmaximierung $\longrightarrow$ optimale Input- und Outputmengen
- optimale Input- und Outputmengen hängen von exogen vorgegebenen Variablen ab $\longrightarrow$ Inputnachfrage und Outputangebot
- kurzfristige Inputnachfrage und kurzfristiges Outputangebot: aus kurzfristiger Gewinnmaximierung: $x_1(p, w_1, \bar{x}_2)$ bzw. $y(p, w_1, \bar{x}_2)$
- langfristige Inputnachfrage und langfristiges Outputangebot: aus langfristiger Gewinnmaximierung: $x_1(p, w_1, w_2)$, $x_2(p, w_1, w_2)$ bzw. $y(p, w_1, w_2)$

12.6. Gewinnmaximierung und Skalenerträge

Gewinnmaximierung und Skalenerträge

- Annahme: langfristiger gewinnmaximaler Output $y^* = f(x_1^*, x_2^*)$
- Gewinn $\pi = p\, y^* - w_1\, x_1^* - w_2 x_2^*$
- konstante Skalenerträge: doppelte Inputmenge $\rightarrow$ doppelte Outputmenge $\rightarrow$ doppelter Gewinn $\rightarrow$ ursprüngliche Entscheidung nicht gewinnmaximal!
- bei Wettbewerb: langfristige Gewinne müssen Null sein!
- Beispiel: Cobb-Douglas mit $a + b = 1$

Teil IV.
Märkte

13. Gleichgewicht

Gleichgewicht

Zwei grundlegende ökonomische Prinzipien

- Optimierungsprinzip
  - Konsumenten wählen das beste Konsumbündel, das sie sich leisten können
  - Unternehmen maximieren ihren Gewinn
- Gleichgewichtsprinzip
  - alle Akteure wählen die bestmögliche Handlung für sich aus
  - alle beabsichtigten Handlungen sind durchführbar
  - kein Akteur kann sich durch die Änderung seiner Handlung verbessern

13.1. Marktnachfrage

Marktnachfrage (Varian, Kap. 15)

- Nachfrage nach Gut 1 des i-ten Konsumenten: $x_1^i(p_1, p_2, m^i)$
- Anzahl Konsumenten: n
- Marktnachfrage

$$X_1(p_1, p_2, m^1, \ldots, m^n) = \sum_{i=1}^{n} x_1^i(p_1, p_2, m^i)$$

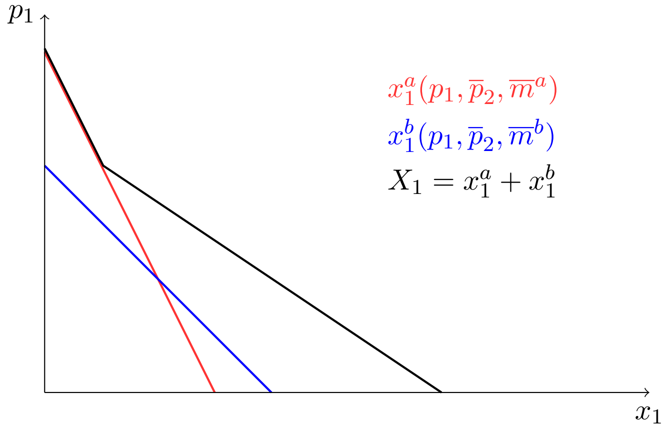
- Marktnachfrage hängt von Einkommensverteilung $(m^1, \ldots, m^n)$ ab

Repräsentativer Konsument

- Annahme: repräsentativer Konsument, d.h. aggregierte Nachfrage verhält sich wie die Nachfrage eines Individuums
- Einkommen: $M = \sum_{i=1}^{n} m^i$
- Nachfrage des repräsentativen Konsumenten

$$X_1(p_1, p_2, M) \approx \sum_{i=1}^{n} x_1^i(p_1, p_2, m^i)$$

Addition von Nachfragekurven



Addition von Nachfragekurven

Individuelle Nachfrage

- Konsument a: $x^a = \max\{9 - \frac{1}{2}p, 0\}$
- Konsument b: $x^b = \max\{12 - p, 0\}$

aggregierte Nachfrage

$$X = x^a + x^b = \begin{cases} 0 & \text{falls } p > 18 \\ 9 - \frac{1}{2}p & \text{falls } 12 < p \leq 18 \\ 21 - \frac{3}{2}p & \text{falls } p \leq 12 \end{cases}$$

13.2. Marktangebot

Marktangebot (Varian, Kap. 23)

- kurzfristiges Angebot des i-ten Produzenten: $y^i(p, w_1, \bar{x}_2^i)$
- Anzahl Produzenten: n
- kurzfristiges Marktangebot

$$Y(p, w_1, \bar{x}_2^1, \dots, \bar{x}_2^n) = \sum_{i=1}^{n} y^i(p, w_1, \bar{x}_2^i)$$

- Annahme: alle Unternehmen haben gleiche Technologie und konstante Skalenerträge

$$Y(p, w_1, \bar{X}_2) = \sum_{i=1}^{n} y^i(p, w_1, \bar{x}_2^i)$$

mit $\bar{X}_2 = \sum_{i=1}^{n} \bar{x}_2^i$

Langfristiges Marktangebot

- fixe Inputmengen ($\bar{x}_2^i$ bzw. $\bar{X}_2$) können sich ändern

- Anzahl der Unternehmen (n) kann sich ändern

- Preis = Minimum der totalen Durchschnittskosten

- Anzahl Unternehmen, fixe Inputmengen und Produktionsmenge ändern sich entsprechend

- aber: fixe Inputmengen können teilweise auch langfristig nicht vollkommen variabel angepasst werden

13.3. Marktgleichgewicht

Konkurrenzmarkt

Merkmale

- einzelne Anbieter und Nachfrager nehmen Preis als gegeben hin
- jeder Einzelne hat keinen Einfluss auf den Preis
- jeder Einzelne entscheidet sich für die bestmögliche Handlung zu den gegebenen Preisen

Begründung: Der Marktanteil jedes Einzelnen ist so gering,

- dass eine Änderung seiner gehandelten Menge keinen merklichen Einfluss auf den Preis hat

- dass Produzenten und Konsumenten nicht mehr am Markt teilnehmen können, wenn sie einen höheren Preis verlangen bzw. einen geringeren Preis zahlen wollen

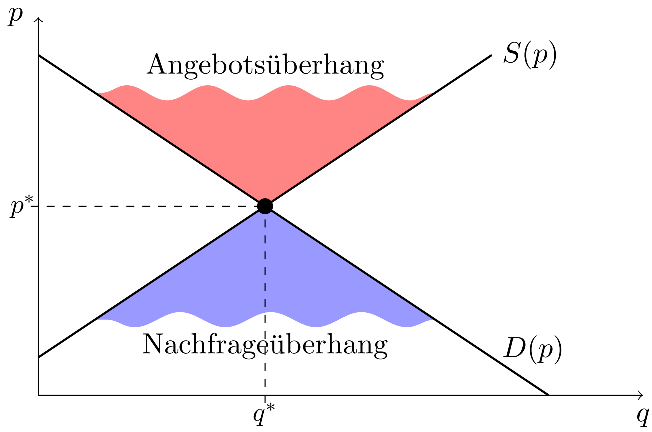
Marktgleichgewicht

- Gleichgewichtspreis = Preis, bei dem die nachgefragte der angebotenen Menge entspricht
  $$D(p^*) = S(p^*)$$
  $D(p)$ = Marktnachfrage, $S(p)$ = Marktangebot

- Die Handlungen jedes einzelnen Akteurs haben zwar keinen Einfluss auf den Marktpreis,

- aber die Handlungen aller Akteure insgesamt bestimmen den Marktpreis!

Marktgleichgewicht



Marktungleichgewicht

Preis $>$ Gleichgewichtspreis

- Angebotsüberhang, d.h. einige Anbieter finden keine Käufer
- diese Anbieter senken Preis, um Käufer anzulocken
- jetzt finden andere Anbieter keine Käufer
- dies geht weiter bis Marktpreis $=$ Gleichgewichtspreis

Preis $<$ Gleichgewichtspreis

- Nachfrageüberhang, d.h. einige Nachfrager bekommen keine Ware
- diese Nachfrager erhöhen Angebot (Preis), um Ware zu erhalten
- jetzt bekommen andere Nachfrager keine Ware
- dies geht weiter bis Marktpreis $=$ Gleichgewichtspreis

Marktgleichgewicht

- Preis $\neq$ Gleichgewichtspreis
  - beabsichtigtes Verhalten einiger Akteure nicht durchführbar
  - Akteure ändern Verhalten
  - Preis hat keinen Bestand
- Preis $=$ Gleichgewichtspreis
  - alle Akteure wählen bei diesem Preis die bestmögliche Handlung für sich aus
  - alle beabsichtigten Angebots- und Nachfragehandlungen sind durchführbar
  - kein Akteur kann sich durch die Änderung seiner Handlung verbessern
  - **Gleichgewicht**

Berechnung des Marktgleichgewichts

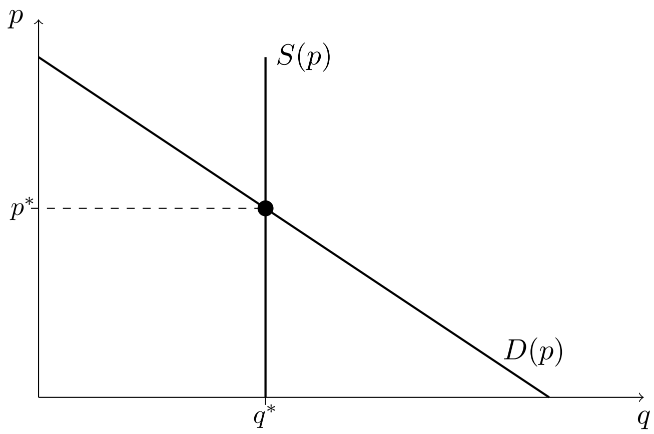
- Marktnachfrage: $D(p) = a - b\,p$
- Marktangebot: $S(p) = c + d\,p$
- Gleichgewicht: $S(p^*) = D(p^*)$
- Gleichgewichtspreis: $p^* = \dfrac{a-c}{d+b}$
- Gleichgewichtsmenge: $q^* = \dfrac{a\;d + b\,c}{d+b}$

13.4. Spezialfälle

Konstantes Angebot

- angebotene Menge ist gegeben, unabhängig vom Preis
- Angebotskurve verläuft vertikal
- Beispiele: Boden, kurzfristig auch Getreide, Wohnungen usw.
- Gleichgewichtsmenge = fixe Angebotsmenge
- Gleichgewichtspreis durch Nachfrage bestimmt

Konstantes Angebot

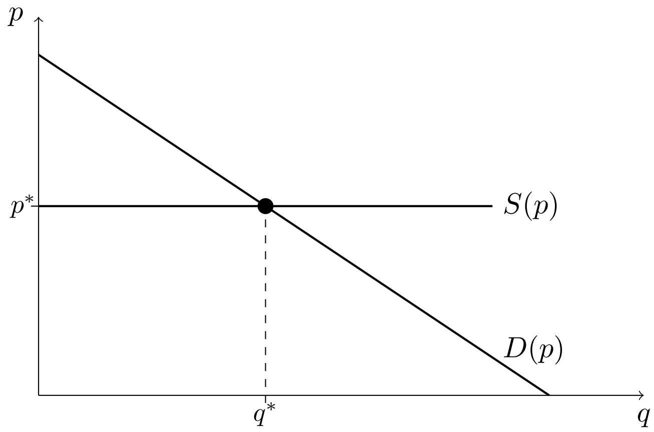


Konstanter Angebotspreis

- bei einem gegebenen Preis wird jede beliebige Menge angeboten

- Angebotskurve verläuft horizontal
- Beispiele: Ölimporte eines kleinen Landes, langfristig Kugelschreiber usw.
- Gleichgewichtspreis = fixer Angebotspreis
- Gleichgewichtsmenge durch Nachfrage bestimmt

Konstanter Angebotspreis



Allgemeiner Fall

- liegt zwischen beiden Spezialfällen
- Bestimmung der Gleichgewichtspreise und -mengen kann nicht voneinander getrennt werden
- Gleichgewichtsmenge durch Angebot und Nachfrage bestimmt
- Gleichgewichtspreis durch Angebot und Nachfrage bestimmt

13.5. Komparative Statik

Komparative Statik

Untersuchung der Auswirkungen von Änderungen der

- Nachfragekurve oder
- Angebotskurve

auf

- die Gleichgewichtsmenge und
- den Gleichgewichtspreis

⇒ Vergleich von zwei Gleichgewichtszuständen

Änderung der Angebots- und Nachfragekurven

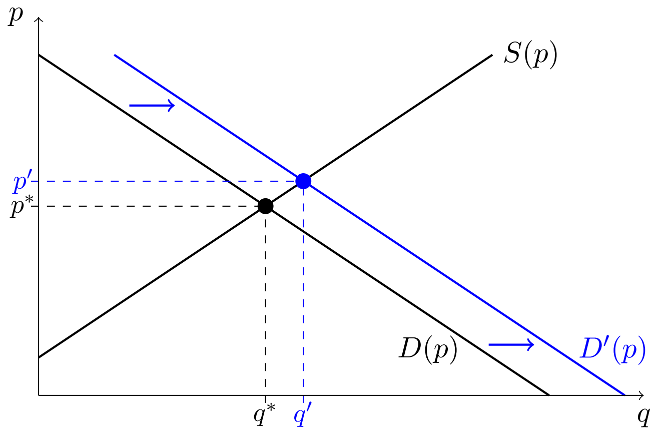
Mögliche Ursachen für Veränderungen von Nachfragekurven

- Änderung der Preise von anderen Gütern
- Änderung des Einkommens
- Änderung der Präferenzen (Alter, neue Informationen, ...)

Mögliche Ursachen für Veränderungen der Angebotskurven

- Änderung von Inputpreisen
- Änderung der Preise von anderen Outputs
- Änderung der Technologie (technischer Fortschritt, gesetzliche Auflagen, ...)

Verschiebung der Nachfragefunktion



13.6. Steuern

Steuern

Motivation

- Übung in komparativer Statik
- wichtig in der Wirtschaftspolitik

Arten von Steuern

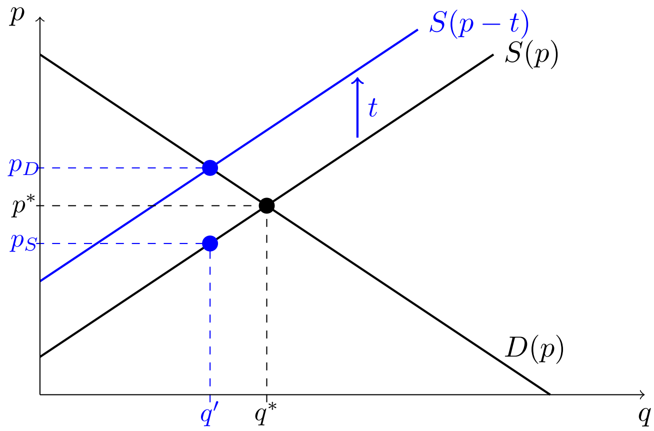
- Mengensteuer: pro ge- oder verkaufter Mengeneinheit
$$p_D = p_S + t$$
  Beispiel: Mineralölsteuer (€ / l)

- Wertsteuer: bestimmter Anteil des Wertes
$$p_D = (1 + \tau)p_S$$
  Beispiel: Mehrwertsteuer (%)

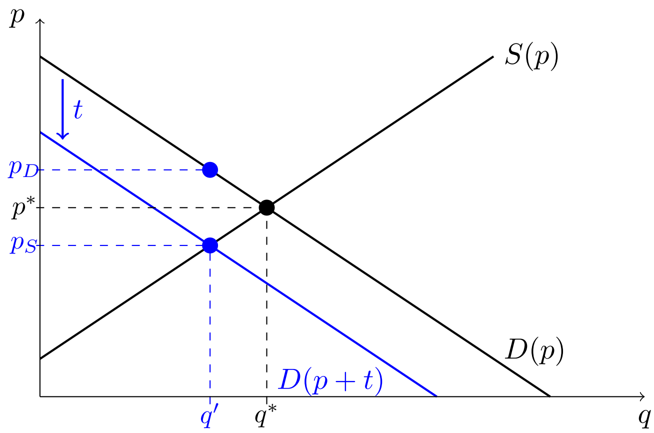
Abführen der Steuern

- Beispiel: Mengensteuer
- Anbieter muss Steuer zahlen: $p_S = p_D - t$
$$D(p_D) = S(p_S) \Rightarrow D(p_D) = S(p_D - t)$$
- Nachfrager muss Steuer zahlen: $p_D = p_S + t$
$$D(p_D) = S(p_S) \Rightarrow D(p_S + t) = S(p_S)$$
- Es ist egal, wer die Steuer abführt — beides führt zu dem selben Ergebnis, z.B. $t = 5$, $p_S = 10$, $p_D = 15$
$$D(15) = S(10) \Rightarrow D(15) = S(15 - 5)$$
$$D(15) = S(10) \Rightarrow D(10 + 5) = S(10)$$

Anbieter führt Steuern ab



Nachfrager führt Steuern ab



Lineare Angebots- und Nachfragekurven

- Marktnachfrage: $D(p) = a - b\,p$
- Marktangebot: $S(p) = c + d\,p$
- Mengensteuer: $p_D = p_S + t$
- Gleichgewicht: $S(p_S) = D(p_D)$
- Gleichgewichtspreise: $p_S = \dfrac{a - c - b\,t}{d + b}$ und $p_D = \dfrac{a - c + d\,t}{d + b}$
- Gleichgewichtsmenge: $q^* = \dfrac{a\;d + b\,c - d\,b\,t}{d + b}$

14. Tausch

Tausch

bisherige Betrachtung des Marktes

- einzelnes isoliertes Gut
- Nachfrage nur vom eigenem Preis abhängig
- Preise anderer Güter und Einkommen vernachlässigt

$\Rightarrow$ partielles Marktmodell, partielle Gleichgewichtsanalyse
aber:

- Substitute + Komplemente
- Güterpreise können Einkommen beeinflussen

Allgemeine Gleichgewichtsanalyse

- Angebot und Nachfrage auf verschiedenen Märkten
- wechselseitige Beeinflussung der Märkte (Preise)
- komplexes Problem

Vereinfachungen

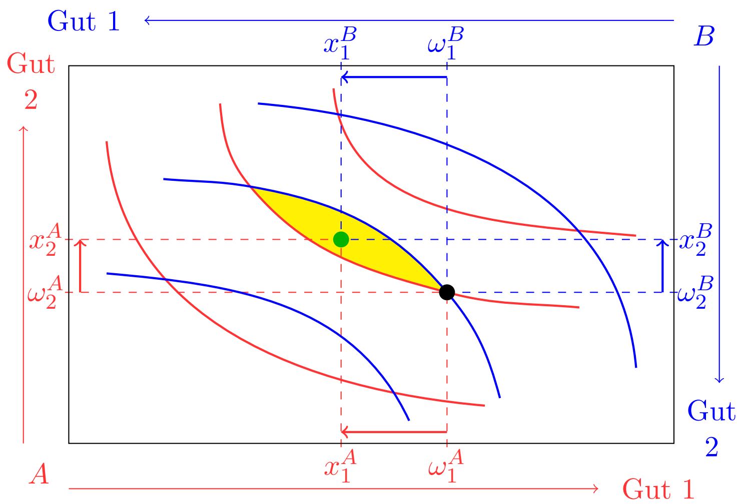
- Konkurrenzmärkte
- Zwei Güter und zwei Konsumenten
- Vernachlässigung von Produktionsentscheidungen („reiner Tausch“)

14.1. Edgeworth-Diagramm

Edgeworth-Diagramm

- graphisches Hilfmittel zur Analyse des Tausches von zwei Gütern zwischen zwei Personen
- Darstellung der Güterausstattungen und Präferenzen von zwei Individuen
- Zwei Personen: „A“ und „B“
- Zwei Güter: „1“ und „2“
- ursprüngliche Ausstattung (Allokation):
  - A: (ω_1^A, ω_2^A)
  - B: (ω_1^B, ω_2^B)
- Tausch $\Rightarrow$ endgültige Allokation (Konsumbündel):
  - A: $(x_1^A, x_2^A) = X^A$
  - B: $(x_1^B, x_2^B) = X^B$
- durchführbare Allokationen
  - Gut 1: $x_1^A + x_1^B = \omega_1^A + \omega_1^B$
  - Gut 2: $x_2^A + x_2^B = \omega_2^A + \omega_2^B$

Edgeworth-Diagramm



14.2. Tausch

Tausch

- ursprüngliche Ausstattung:
  - A: $(\omega_1^A, \omega_2^A) = (5, 2)$

- B: $(\omega_1^B, \omega_2^B) = (3, 3)$

- Nutzenfunktionen:
  - A: $u^A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A + x_2^A + x_1^A \cdot x_2^A$
  - B: $u^B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B + x_2^B + x_1^B \cdot x_2^B$

- ursprünglicher Nutzen:
  - A: $u^A(5, 2) = 5 + 2 + 5 \cdot 2 = 17$
  - B: $u^B(3, 3) = 3 + 3 + 3 \cdot 3 = 15$

- Tausch $\Rightarrow$ endgültige Allokation (Konsumbündel):
  - A: $(x_1^A, x_2^A) = (\omega_1^A, \omega_2^A) + (-1, +\frac{3}{4}) = (4, 2\frac{3}{4})$
  - B: $(x_1^B, x_2^B) = (\omega_1^B, \omega_2^B) + (+1, -\frac{3}{4}) = (4, 2\frac{1}{4})$

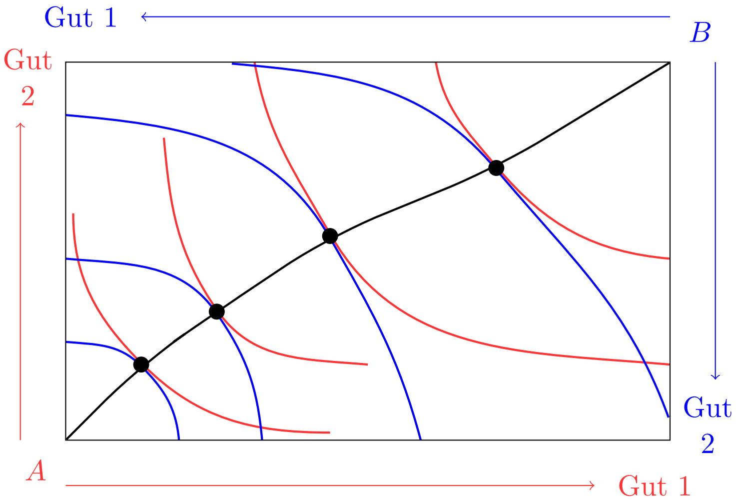
- Nutzen nach Tausch:
  - A: $u^A(4, 2\frac{3}{4}) = 4 + 2\frac{3}{4} + 4 \cdot 2\frac{3}{4} = 17\frac{3}{4}$
  - B: $u^B(4, 2\frac{1}{4}) = 4 + 2\frac{1}{4} + 4 \cdot 2\frac{1}{4} = 15\frac{1}{4}$

14.3. Pareto-effiziente Allokation

Pareto-effiziente Allokation

- alle Tauschvorteile ausgeschöpft
- kein Tauschhandel möglich, der für beide vorteilhaft ist
- nicht möglich, irgendeine Person besser zu stellen, ohne jemand anderes schlechter zu stellen
- Keine Schnittmenge des von A und von B bevorzugten Bereichs
- Indifferenzkurven durch Ausgangspunkt dürfen sich nicht schneiden
- Indifferenzkurven müssen sich im Ausgangspunkt berühren (gleiche Steigung haben)
- Grenzraten der Substitution in Ausgangssituation gleich

Pareto-effiziente Allokationen



Kontraktkurve: Beispiel

- Nutzenfunktionen

$$u^A(x_1^A, x_2^A) = \ln x_1^A + \ln x_2^A$$
$$u^B(x_1^B, x_2^B) = 2 \ln x_1^B + 3 \ln x_2^B$$

- Ausstattung

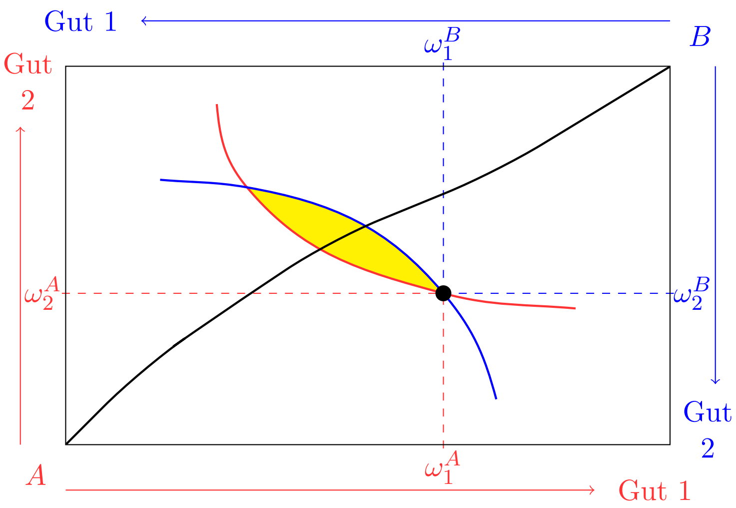
$$\omega_1 = \omega_1^A + \omega_1^B \stackrel{!}{=} x_1^A + x_1^B$$
$$\omega_2 = \omega_2^A + \omega_2^B \stackrel{!}{=} x_2^A + x_2^B$$

- Kontraktkurve

$$x_2^A = \frac{2\omega_2 x_1^A}{3\omega_1 - x_1^A}$$

- Eckpunkte der Kontraktkurve bei $x_1^A = 0$: $x_2^A = 0$, bei $x_1^A = \omega_1$: $x_2^A = \omega_2$

Tausch zum Pareto-effizienten Ergebnis



Tausch zum Pareto-effizienten Ergebnis: Beispiel

- Nutzenfunktionen

$$u^A(x_1^A, x_2^A) = \ln x_1^A + \ln x_2^A$$
$$u^B(x_1^B, x_2^B) = 2\ln x_1^B + 3\ln x_2^B$$

- Kontraktkurve

$$x_2^A = \frac{2\omega_2 x_1^A}{3\omega_1 - x_1^A}$$

- ursprüngliche Ausstattung

$$\omega_1^A = 2;\ \omega_1^B = 3 \Rightarrow \omega_1 = 5$$
$$\omega_2^A = 4;\ \omega_2^B = 2 \Rightarrow \omega_2 = 6$$

- Mindestkonsumbündel von A

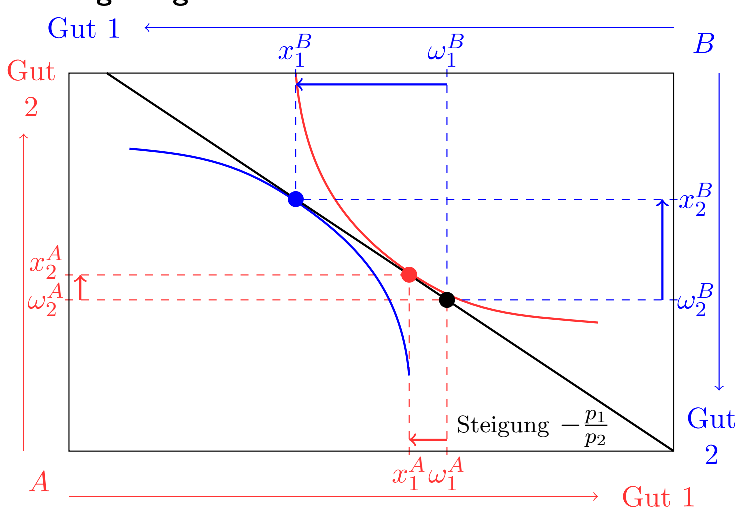
$$x_1^A \approx 2.85;\ x_2^A \approx 2.81\ (x_1^B \approx 2.15;\ x_2^B \approx 3.19)$$

14.4. Tausch am Markt

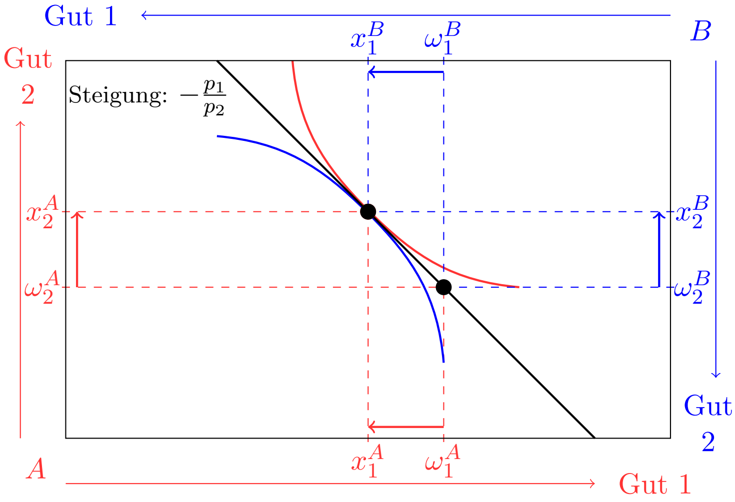
Tausch am Markt

- Tauschergebnis genau bestimmen
- Annahme: Konkurrenzmarkt
- Dritte Person = Auktionator: wählt Preise (p_1, p_2)
- A und B: ermitteln Wert ihrer Ausstattung, wählen nutzenmaximales Konsumbündel
- Falls Marktungleichgewicht: Kein Tausch, neue Preise (p_1, p_2)
- Falls Marktgleichgewicht: Tausch, Konsummengen $(x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B)$

Marktungleichgewicht



Marktgleichgewicht



Tausch am Markt: Beispiel

- Grenzraten der Substitution

$$MRS^A = -\frac{x_2^A}{x_1^A};\ MRS^B = -\frac{2x_2^B}{3x_1^B}$$

- Kontraktkurve

$$x_2^A = \frac{12x_1^A}{15 - x_1^A}$$

- ursprüngliche Ausstattung

$$\omega_1^A = 2;\ \omega_1^B = 3 \Rightarrow \omega_1 = 5$$
$$\omega_2^A = 4;\ \omega_2^B = 2 \Rightarrow \omega_2 = 6$$

- Marktgleichgewicht

$$x_1^A = 3;\ x_2^A = 3;\ x_1^B = 2;\ x_2^B = 3;\ p_1 = 1$$

Brutto- und Nettonachfrage

Bruttonachfrage

- Konsumierte Mengen: $x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B$

Nettonachfrage

- getauschte Mengen

$$e_1^A = x_1^A - \omega_1^A$$
$$e_2^A = x_2^A - \omega_2^A$$
$$e_1^B = x_1^B - \omega_1^B$$
$$e_2^B = x_2^B - \omega_2^B$$

Bruttonachfrage verhält sich wie „normale“ Nachfrage der Konsumenten

Nachfragefunktionen
allgemein: Nachfrage hängt ab von

- Preisen (p_1, p_2)
- Einkommen m

Bruttonachfrage

- Einkommen

$$m^A = p_1\omega_1^A + p_2\omega_2^A$$
$$m^B = p_1\omega_1^B + p_2\omega_2^B$$

- Nachfragemengen

$$x_1^A(p_1, p_2, p_1\omega_1^A + p_2\omega_2^A) \equiv x_1^A(p_1, p_2)$$
$$x_2^A(p_1, p_2, p_1\omega_1^A + p_2\omega_2^A) \equiv x_2^A(p_1, p_2)$$
$$x_1^B(p_1, p_2, p_1\omega_1^B + p_2\omega_2^B) \equiv x_1^B(p_1, p_2)$$
$$x_2^B(p_1, p_2, p_1\omega_1^B + p_2\omega_2^B) \equiv x_2^B(p_1, p_2)$$

Bruttonachfrage: Beispiel

- Nutzenfunktionen

$$u^A(x_1^A, x_2^A) = \ln x_1^A + \ln x_2^A$$
$$u^B(x_1^B, x_2^B) = 2\ln x_1^B + 3\ln x_2^B$$

- ursprüngliche Ausstattung

$$\omega_1^A = 2;\ \omega_1^B = 3;\ \omega_2^A = 4;\ \omega_2^B = 2$$

- Preise

$$p_1 = ?;\ p_2 = 1 \text{ (Numeraire)}$$

- Bruttonachfrage

$$x_1^A = 1 + \frac{2}{p_1};\ x_2^A = 2 + p_1$$
$$x_1^B = \frac{6}{5} + \frac{4}{5p_1};\ x_2^B = \frac{9}{5}p_1 + \frac{6}{5}$$

Nettonachfrage: Beispiel

- Bruttonachfrage

$$x_1^A = 1 + \frac{2}{p_1};\ x_2^A = 2 + p_1$$
$$x_1^B = \frac{6}{5} + \frac{4}{5p_1};\ x_2^B = \frac{6}{5} + \frac{9}{5}p_1$$

- ursprüngliche Ausstattung

$$\omega_1^A = 2;\ \omega_1^B = 3;\ \omega_2^A = 4;\ \omega_2^B = 2$$

- Nettonachfrage

$$e_1^A = \frac{2}{p_1} - 1;\ e_2^A = p_1 - 2$$

$$e_1^B = \frac{4}{5p_1} - \frac{9}{5};\ e_2^B = \frac{9}{5}p_1 - \frac{4}{5}$$

14.5. Marktgleichgewicht

Marktgleichgewicht

- Bruttonachfrage

$$x_1^A(p_1^*, p_2^*) + x_1^B(p_1^*, p_2^*) = \omega_1^A + \omega_1^B$$

$$x_2^A(p_1^*, p_2^*) + x_2^B(p_1^*, p_2^*) = \omega_2^A + \omega_2^B$$

- Nettonachfrage

$$\begin{gathered} e_1^A(p_1^*, p_2^*) + e_1^B(p_1^*, p_2^*) \\ = \left[x_1^A(p_1^*, p_2^*) - \omega_1^A\right] + \left[x_1^B(p_1^*, p_2^*) - \omega_1^B\right] = 0 \\ e_2^A(p_1^*, p_2^*) + e_2^B(p_1^*, p_2^*) \\ = \left[x_2^A(p_1^*, p_2^*) - \omega_2^A\right] + \left[x_2^B(p_1^*, p_2^*) - \omega_2^B\right] = 0 \end{gathered}$$

- aggregierte Überschussnachfrage

$$z_1(p_1^*, p_2^*) = e_1^A(p_1^*, p_2^*) + e_1^B(p_1^*, p_2^*) = 0$$

$$z_2(p_1^*, p_2^*) = e_2^A(p_1^*, p_2^*) + e_2^B(p_1^*, p_2^*) = 0$$

Marktgleichgewicht: Beispiel

- Bruttonachfrage

$$x_1^A = 1 + \frac{2}{p_1};\ x_2^A = 2 + p_1$$

$$x_1^B = \frac{6}{5} + \frac{4}{5p_1};\ x_2^B = \frac{9}{5}p_1 + \frac{6}{5}$$

- ursprüngliche Ausstattung

$$\omega_1^A = 2;\ \omega_1^B = 3$$

$$\omega_2^A = 4;\ \omega_2^B = 2$$

- Marktgleichgewicht

$$p_1 = 1$$

15. Produktion

Produktion

Vorheriges Kapitel

- reine Tauschwirtschaft
- Produktion nicht betrachtet
- gesamte Gütermengen exogen vorgegeben

Heute

- Produktion im Rahmen des allgemeinen Gleichgewichts
- Gütermengen nicht konstant
- Gütermengen reagieren auf Marktpreise

15.1. Robinson Crusoe-Wirtschaft

Robinson Crusoe-Wirtschaft

Grundstruktur

- 1 Konsument
- 1 Produzent (Unternehmen)
- 2 Güter

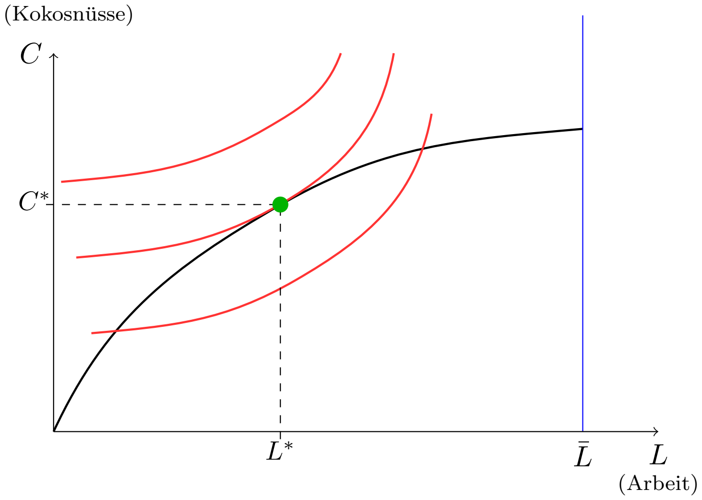
Beispiel

- Konsument = Robinson
- Produzent = Robinson
- Gut 1: Kokosnüsse
- Gut 1: Freizeit

Entscheidungsproblem

- Mehr Arbeit ⇒ mehr Kokosnüsse, aber weniger Freizeit
- Weniger Arbeit ⇒ mehr Freizeit, aber weniger Kokosnüsse

Robinson Crusoe-Wirtschaft



15.2. Trennung der Entscheidungen

Trennung der Entscheidungen

Trennung von Konsum und Produktion

- abwechselnd Konsument und Produzent
- Märkte für Arbeit und Kokosnüsse

Robinson als Unternehmer (Crusoe AG)

- fragt Arbeit nach
- produziert und verkauft Kokosnüsse
- maximiert Gewinn bei gegebenen Preisen
- Robinson als einziger Aktionär erhält Gewinn

Robinson als Konsument

- verkauft Arbeitskraft
- kauft und konsumiert Kokosnüsse
- maximiert Nutzen bei gegebenen Preisen
- erzielt Einkommen aus Arbeit und Unternehmen

Märkte

- Kokosnüsse und Arbeit
- Währung: „Euro“

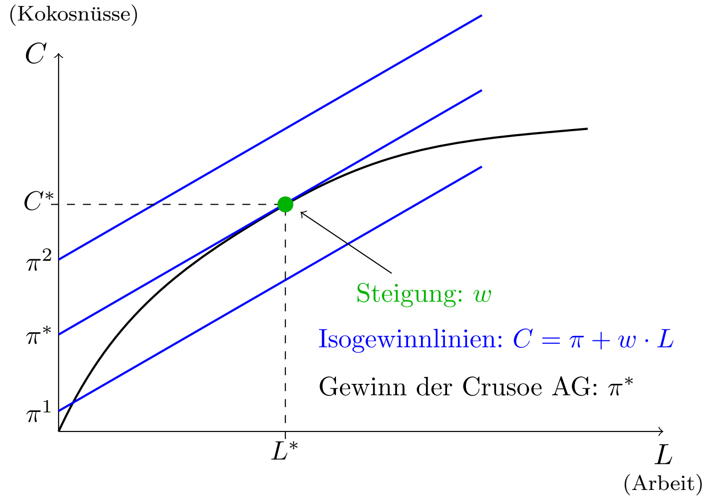
- Numéraire = Kokosnüsse ⇒ Preis von Kokosnüssen: 1 Euro / Stück
- Wie hoch ist der Lohnsatz?
- Gleichgewicht:
  - angebotene Arbeit = nachgefragte Arbeit
  - angebotene Kokosnüsse = nachgefragte Kokosnüsse
  - Crusoe AG im Gewinnmaximum
  - Konsument Robinson im Nutzenmaximum

15.3. Produktionsentscheidung

Produktionsentscheidung der Crusoe AG

- Crusoe AG entscheidet,
  - wie viel Arbeit sie nachfragt
  - wie viel Kokosnüsse sie produziert
- Preis von Kokosnüssen: 1 (Euro / Stück)
- Lohnsatz: w (Euro / Stunde)
- Gewinn: $\pi = C - w \cdot L$
- Isogewinnlinie: $C = \pi + w \cdot L$
- Gewinnmaximum: $\frac{\partial \pi}{\partial L} = \frac{\partial C}{\partial L} - w \stackrel{!}{=} 0$ (Grenzprodukt der Arbeit = Lohnsatz)

Produktionsentscheidung der Crusoe AG



15.4. Konsumentscheidung

Robinsons Konsumentscheidung

- Einkommen aus Dividende: π^* $\Rightarrow$ Konsum von π^* Kokosnüssen
- Einkommen aus Arbeit: $w \cdot L$ $\Rightarrow$ Konsum von $w \cdot L$ Kokosnüssen
- Gesamteinkommen: $\pi^* + w \cdot L$
- Nutzenmaximierung:

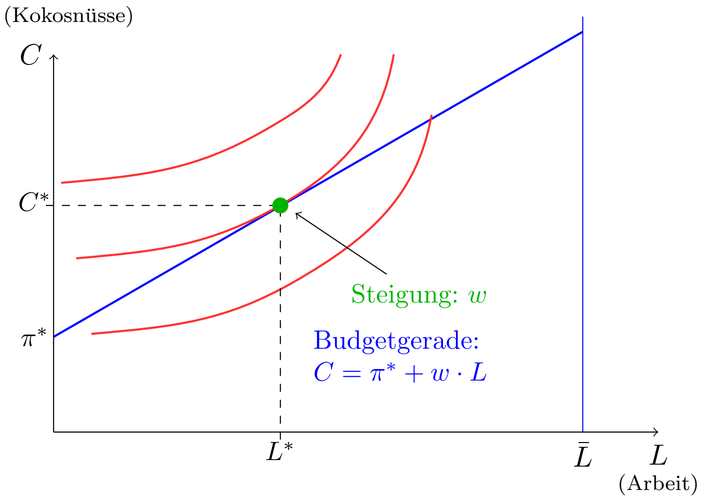
$$\max_{L,C} u(L, C), \text{ s.t. } C \leq \pi^* + w \cdot L$$

$$\max_{L} u(L, \pi^* + w \cdot L) \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial L} + \frac{\partial u}{\partial C} w \overset{!}{=} 0$$

$$MRS(L, C) = \frac{dC}{dL} = -\frac{\partial u / \partial L}{\partial u / \partial C} = w$$

$$\text{bzw. } MRS(\bar{L} - L, C) = -w$$

Robinsons Konsumentscheidung



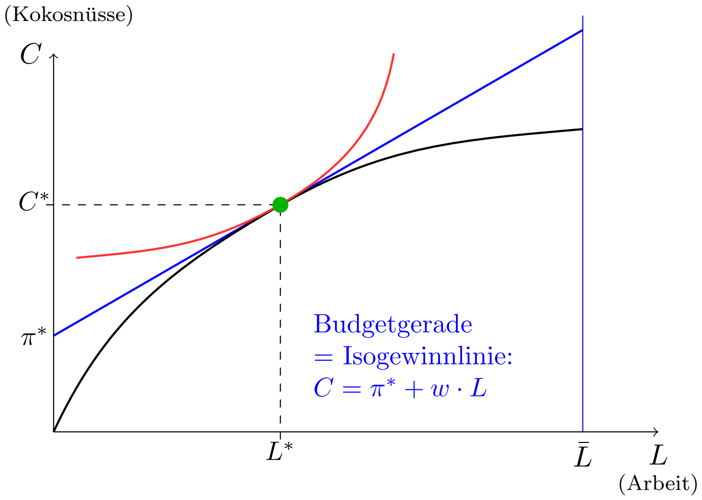
15.5. Beide Entscheidungen

Beide Entscheidungsprobleme zusammen

- optimale Produktionsentscheidung und optimale Konsumentscheidung gemeinsam betrachten
- Abbildungen übereinander legen
- Produktion
  - Isogewinnlinie: $C = \pi^* + w \cdot L$
  - im Gewinnmaximum: $MP_L = \dfrac{\partial C}{\partial L} = w$

- Konsum
  - Budgetgerade: $C = \pi^* + w \cdot L$
  - im Nutzenmaximum: $MRS(L, C) = -\dfrac{\partial u/\partial L}{\partial u/\partial C} = w$
- Zusammen
  - $MP_L = MRS(L, C)$

Beide Entscheidungsprobleme zusammen



Mehr-Personen-Wirtschaft

Ein-Personen-Wirtschaft

- Trennung der Entscheidungen „schizophren“
- Verwendung von Märkten überflüssig

Mehr-Personen-Wirtschaft

- Befragung aller Konsumenten durch Produzenten unpraktisch $\Rightarrow$ Trennung der Entscheidungen und Verwendung von Märkten praktisch
- Unternehmen achten nur auf Güterpreise, um Produktionsentscheidungen zu treffen
- Konsumenten achten nur auf Güterpreise, um Konsumentscheidungen zu treffen
- Marktpreise reflektieren marginale Werte der Güter, sowohl auf Produktions- als auch auf Konsumseite

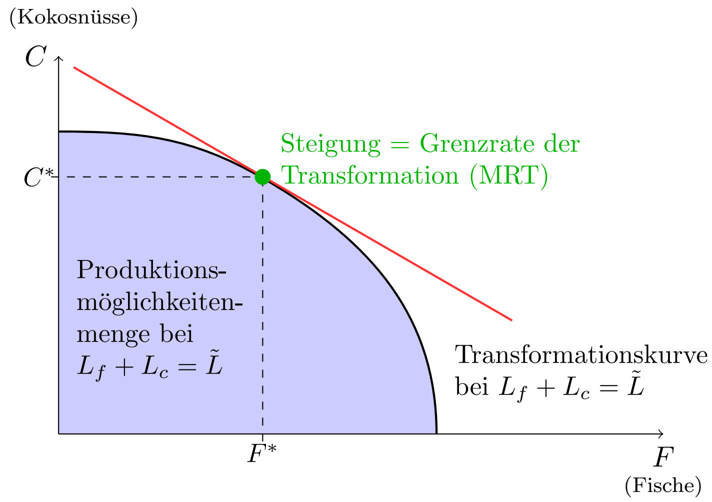
15.6. Zwei Güter

Zwei Güter

Verallgemeinerung: 2 Güter

- Ergebnisse gelten auch für viele Güter
- Beispiel: Kokosnüsse (C) und Fische (F)
- Verwendung der Arbeit
  - Kokosnüsse sammeln (L_c)
  - Fische fangen (L_f)
- Produktionsfunktionen
  - Kokosnüsse: $C = f_c(L_c)$
  - Fische: $F = f_f(L_f)$

Transformationskurve



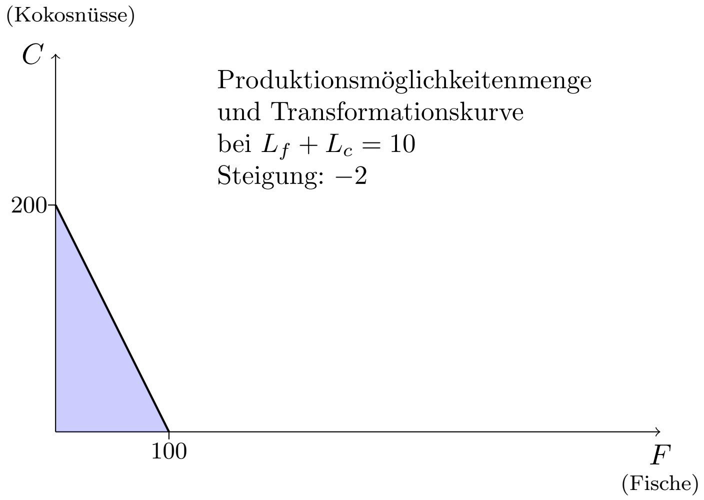
Beispiel: Lineare Technologien

- Fischproduktion: $F = 10L_f$
- Kokosnussproduktion: $C = 20L_c$
- Gesamtarbeitszeit: $L_c + L_f = 10$
- Transformationskurve:

$$\frac{F}{10} + \frac{C}{20} = 10$$
$$C = 200 - 2F$$

- Grenzrate der Transformation: -2

Beispiel: Transformationskurve



15.7. Komparativer Vorteil

Komparativer Vorteil

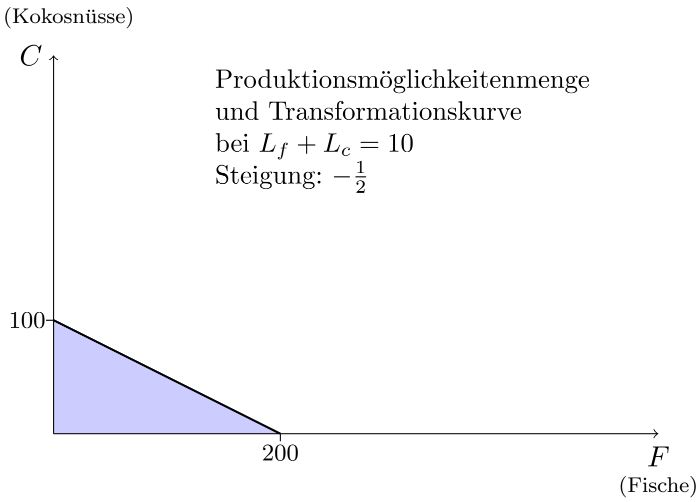
Bisher: einfach

- nur eine Möglichkeit der Fischproduktion: $F = 10L_f$
- nur eine Möglichkeit der Kokosnussproduktion: $C = 20L_c$

Erweiterung: zusätzlicher Arbeiter (Freitag)

- unterschiedliche Fähigkeiten
- Fischproduktion: $F = 20L_f$
- Kokosnussproduktion: $C = 10L_c$
- Transformationskurve: $C = 100 - \frac{1}{2}F$
- Grenzrate der Transformation: $-\frac{1}{2}$
- komparativer Vorteil bei Fischproduktion

Freitags Transformationskurve



Gemeinsame Transformationskurve